

# 10 Escoamento Multifásico

A expressão *escoamento multifásico* caracteriza qualquer escoamento de fluido consistindo de mais de uma fase ou componente como gás e líquido, líquido e sólidos ou uma combinação desses. Escoamentos multifásicos acontecem em toda parte e a todo instante no ambiente natural, como em chuvas, ciclones, tufões, poluição atmosférica, poluição de rios e mares, sendo igualmente parte importante de inúmeros processos industriais e biológicos como plantas de geração de energia convencional e nuclear, motores de combustão interna, ebulição, condensação e evaporação de líquidos, sistemas de propulsão, transporte e produção de óleo e gás, indústria química e de petróleo, indústria de alimentos, indústria de papel e celulose, processos metalúrgicos, cavitação, processos de pinturas e impressoras de jatos de tinta. Sistemas biológicos raramente contêm líquidos puros; fluidos como sangue e leite são multifásicos, contendo uma variedade de células, partículas ou gotículas em suspensão. É comum classificar esses escoamentos de acordo com o estado de cada fase ou componente, referindo-se aos mesmos como escoamento gás-líquido, gás-sólido, líquido-sólido, líquido-líquido, em bolha, em névoa etc.

O escoamento multifásico é mais complexo do que o seu correspondente monofásico porque a distribuição das fases é difícil de ser quantificada. Os seguintes fatores contribuem para a complexidade do problema:

- O escoamento multifásico não é normalmente caracterizado como simplesmente laminar ou turbulento, em certas situações é uma combinação desses. Além disso, as vazões e a distribuição das fases devem ser consideradas e a existência de superfícies livres dificulta as análises;
- Devido às diferenças de densidades do componentes o escoamento não é simétrico com relação ao eixo do duto, horizontal ou inclinado;
- Na maior parte dos casos as fases deslocam-se com velocidades médias distintas e as concentrações *in situ* variam ao longo do duto;
- Na situação mais geral as fases podem não estar em condição de equilíbrio de

temperatura e concentração dos componentes. Nesses casos fluxos de calor e de massa pelas interfaces devem ser considerados. Pressões, temperaturas e concentrações dos componentes podem ser diferentes entre as fases.

Por esses motivos a modelagem normalmente requer a adoção de hipóteses simplificadoras para diversos desses aspectos.

A maioria dos simuladores numéricos multifásicos tem por base três modelos clássicos, cada um com características próprias para a interpretação do comportamento do escoamento. São assim denominados: *modelo homogêneo*, *modelo de dois (ou multi) fluidos* e *modelo de deslizamento*, este último conhecido na literatura inglesa como *drift flux model*. A menos que ocorra uma diferença significativa entre as velocidades, o modelo homogêneo pode ser aplicado para escoamentos dispersos, sejam em borbulhas ou em gotículas. Neste caso, o fluido é tratado como um pseudo fluido monofásico com propriedades médias das fases. As velocidades do gás e do líquido são admitidas iguais a todo instante. No passado o modelo foi bastante utilizado em análises de instalações industriais e nucleares. Os outros dois são mais complexos e requerem códigos computacionais sofisticados.

Neste capítulo é apresentado uma breve introdução dos conceitos de escoamento multifásico no interior de dutos, com aplicação especial para a produção de petróleo, ou seja, para escoamentos de óleo, água e gás. Detalhes mais aprofundados sobre o tópico devem ser obtidas na literatura sugerida no final do capítulo.

## 10.1 Conceitos e Definições

Introduzimos a seguir alguns conceitos e definições importantes para a compreensão de escoamentos multifásicos.

- **Substância Pura.** É uma substância consistindo de uma única espécie molecular, tal como:  $H_2$ , He,  $O_2$  e  $H_2O$ .

- **Mistura e Componente.** Mistura pode ser definida como um conjunto de partículas ou substâncias que ocupam regiões do espaço simultaneamente. Exemplos de mistura são ar (nitrogênio, oxigênio e outras substâncias) e poeira, uma mistura multi componente de sólidos e ar. Componentes são os diversos elementos que fazem parte da mistura. Note que estes podem ser simples partículas sólidas, como detritos em suspensão no ar, ou espécies químicas diversas, como num hidrocarboneto composto por metano,

etano, butano ou outros elementos químicos.

- **Fase.** Fase é um sistema composto de qualquer número de constituintes químicos satisfazendo as seguintes condições: a) ser homogêneo e b) possuir um contorno bem definido. Uma fase não precisa ser constituída de uma única substância química ou componente, podendo ser uma mistura de várias substâncias, como uma mistura de gases. Gases podem ser misturados em qualquer proporção; portanto, um sistema composto de gases distintos pode constituir uma única fase gasosa — metano, etano e propano, por exemplo. Além disso, a fase gasosa pode ser contínua ou dispersa. O escoamento gás-gotículas é um exemplo de fase contínua, enquanto bolhas, no escoamento líquido-bolhas, é um exemplo de fase dispersa. Como acabamos de ver, componentes podem existir em qualquer uma das fases, normalmente, na líquida e na gasosa. Na indústria de petróleo é comum tratar o escoamento de gás, óleo e água como trifásico, onde componentes diversos (metano, etano, butano etc) estão presentes nas três fases; ou seja, no gás, no óleo e na água. Caso a presença de areia seja significativa, pode-se considerar o escoamento como quadrifásico. Todavia, na prática, a fração de areia para escoamentos provenientes de reservatórios, por exemplo, é pequena, podendo ser ignorada em muitas situações.

- **Fase Dispersa e Fase Contínua.** Fase dispersa é aquela constituída por elementos discretos, tal como gotas em um gás ou bolhas em um líquido. Os elementos discretos não são interconectados. Por outro lado, a fase contínua é definida por elementos tal que a passagem de um ponto qualquer para outro pode se dar sempre através do mesmo contínuo. Não podemos passar de um elemento para outro numa fase dispersa sem passar pela fase contínua. No escoamento de bolhas em um líquido, as bolhas constituem a fase dispersa, enquanto o líquido representa a fase contínua.

- **Escoamento Separado.** Num escoamento separado as fases (normalmente duas) são separadas por superfícies de contato ou interfaces. Uma forma simples de ocorrência de separação ou estratificação se dá no escoamento horizontal, onde os efeitos da gravidade induzem os componentes mais pesados manterem-se separados na parte inferior do duto. Por outro lado o escoamento anular é também separado (estratificado) por ser constituído de um filme líquido na parede do duto e um núcleo gasoso na parte central.

- **Escoamento Gás-Líquido.** Ocorre em inúmeras situações como: atomização para gerar gotículas para combustão em sistemas de geração de energia, escoamento de água e vapor em dutos e trocadores de calor em plantas de geração de energia por

combustível fóssil e nuclear, produção e transporte de hidrocarbonetos em dutos. O escoamento de gás-líquido em dutos pode assumir diferentes configurações geométricas desde o escoamento em bolhas dispersas até o anular, neste caso com a formação de um filme líquido na parede do duto e um núcleo gasoso central.

• **Escoamento Líquido-Sólido.** Partículas sólidas são transportadas pelo líquido, sendo comumente referido como escoamento em polpa (*slurry flow*)<sup>1</sup>. Ocorre em importantes áreas de aplicação industrial incluindo o transporte de minério, carvão e lamas em dutos. É amplamente utilizado no processo de perfuração de poços de petróleo, como lamas e cascalhos produzidos pela perfuração.

• **Escoamento Gás-Sólido.** Normalmente considerados como o transporte de partículas sólidas muito finas por um gás. Nesta categoria destacam-se o transporte pneumático, o escoamento em leitos fluidizados, a combustão de carvão em plantas de combustível fóssil, ciclones separadores, precipitadores eletrostáticos e a exaustão de propelente sólido de foguetes.

• **Escoamento Líquido-Líquido.** Ocorre frequentemente quando líquidos não são miscíveis. São comuns em reservatórios de petróleo quando água e óleo estão presentes na matriz porosa (rocha). Acontece também quando esses escoam no poço e nas linhas de produção de petróleo. Quando não formam uma emulsão, os dois líquidos podem caracterizar uma mistura homogênea, ou não. Em algumas situações o escoamento é estratificado, segregado pelo efeito da gravidade sobre as fases.

## Nomenclatura

Dada as peculiaridades do escoamento multifásico, algum detalhamento da nomenclatura se faz necessário para uma boa compreensão do texto. Parâmetros do escoamento, como velocidade, vazão, pressão e temperatura, contêm frequentemente subscritos maiúsculo simples (N) para referir-se a uma propriedade da fase. Em certos contextos subscritos genéricos N= A, B são utilizados para generalidade. Por outro lado, em outras ocasiões, certas letras específicas são empregadas para simples clareza, como: C= fase contínua, D= fase dispersa, L= líquido, G= gás, V= vapor.

---

<sup>1</sup> No setor de minério de ferro utiliza-se a expressão “polpa” de minério de ferro, ou *iron ore slurry*; em geral em concentrações entre 50 e 75% em peso. Para concentrações mais elevadas, 90% ou superiores, é empregado a expressão “pasta”.

### Fração Volumétrica e Holdup

A fração volumétrica de uma fase-N é definida como

$$\alpha_N = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V_0} \frac{\delta V_N}{\delta V} \quad (10.1)$$

onde  $\delta V_N$  é o volume da fase-N. A fração volumétrica da fase dispersa (gás) é algumas vezes denominada *fração de vazio* (*void fraction* em inglês). Nos escoamentos de óleo e gás na indústria de petróleo, é comum denominar a fração volumétrica da fase líquida de *liquid holdup*.

Por definição, no escoamento bifásico gás-líquido

$$\alpha_G + \alpha_L = 1 \quad (10.2)$$

Neste caso, identificamos: *void fraction* =  $\alpha_G$  e *holdup* =  $\alpha_L$ .

### Vazões

As vazões efetivas das fases são representadas por  $Q_G$  e  $Q_L$  (m<sup>3</sup>/s), enquanto a vazão total  $Q$  é definida pela soma das vazões das fases ou

$$Q = Q_G + Q_L \quad (10.3)$$

### Velocidades Superficial, Local e de Deslizamento

No escoamento multifásico define-se a *velocidade superficial* como aquela que multiplicada pela área do duto reproduz a vazão da respectiva fase. No caso bifásico gás-líquido são indicadas por  $V_G$  e  $V_L$  (m/s). Define-se ainda a *velocidade total* como a soma das velocidades superficiais, ou ( $A$  é a área da seção transversal do duto)

$$V = V_G + V_L = \frac{Q_G}{A} + \frac{Q_L}{A} \quad (10.4)$$

*Velocidades locais*, ou *in situ*, são denominadas por  $u_G$  e  $u_L$  (m/s). Representam velocidades medidas localmente por uma sonda de dimensão reduzida.

Definida a fração volumétrica pode-se associar a velocidade superficial com a velocidade local,

$$V_G = \alpha_G u_G = \frac{Q_G}{A} \quad e \quad V_L = \alpha_L u_L = \frac{Q_L}{A} \quad (10.5)$$

e assim

$$V = V_G + V_L = \alpha_G u_G + \alpha_L u_L \quad (10.6)$$

Note-se que a área da seção do duto efetivamente ocupada por uma fase-N é  $A_N = \alpha_N A$ .

A *velocidade de deslizamento (drift velocity)*  $V^{*N}$  é definida como a diferença entre a velocidade local e a velocidade total

$$V_G^* = u_G - V \quad e \quad V_L^* = u_L - V \quad (10.7)$$

### Condição de Não-Deslizamento

Com frequência frações volumétricas para a condição de não-deslizamento são utilizadas, sendo assim definidas

$$\lambda_G = \frac{Q_G}{Q_G + Q_L} \quad e \quad \lambda_L = \frac{Q_L}{Q_G + Q_L} \quad (10.8)$$

### Propriedades de Mistura

Propriedades de mistura definidas para a velocidade e massa específica são

$$V_m = \alpha_G u_G + \alpha_L u_L \quad (10.9)$$

e

$$\rho_m = \alpha_G \rho_G + \alpha_L \rho_L \quad e \quad \rho_n = \lambda_G \rho_G + \lambda_L \rho_L \quad (10.10)$$

representando propriedades de deslizamento e não-deslizamento para a massa específica,  $\rho_m$  e  $\rho_n$ , respectivamente.

De forma análoga, a entalpia específica  $h_m$ (J/kg), e a entropia específica  $s_m$ (J/kg-K), são definidas para a mistura bifásica

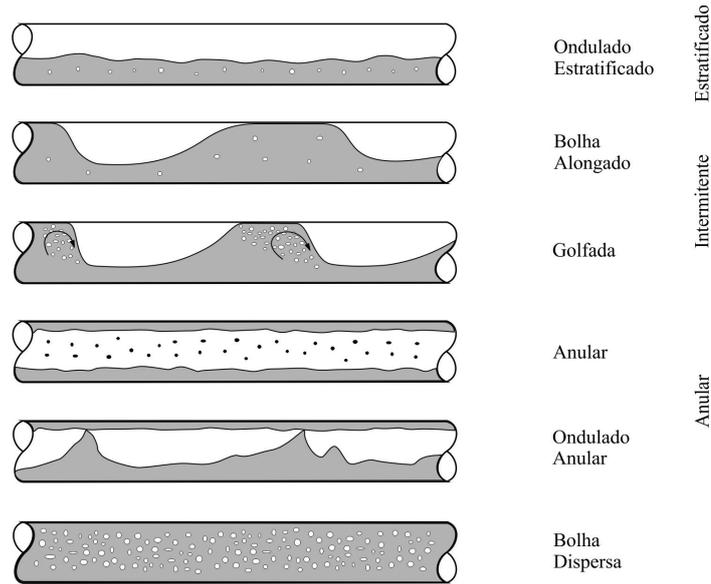
$$\rho_m h_m = \sum_{N=G,L} \alpha_N \rho_N h_N \quad e \quad \rho_m s_m = \sum_{N=G,L} \alpha_N \rho_N s_N \quad (10.11)$$

## **10.2 Padrões de Escoamento**

No escoamento de duas ou mais fases a deformação da interface constitui um fator complicador na caracterização do escoamento. No escoamento gás-líquido as interfaces assumem formas variadas, desde esféricas nas baixas velocidades devido ao predomínio da tensão superficial, até configurações totalmente caóticas nas velocidades mais altas. Assim, por exemplo, o escoamento em bolhas tem início com bolhas se distribuindo mais ou menos uniformemente na seção, passando para o arranjo golfada com grandes bolhas ocupando quase toda a seção e líquido no entorno. Para velocidades elevadas de gás este pode ocupar o núcleo central com um pequeno filme líquido escoando junto à parede do duto. Desta forma o escoamento multifásico pode ser identificado por padrões ou regimes de escoamento com características dinâmicas muito distintas umas das outras.

### **Escoamento Horizontal**

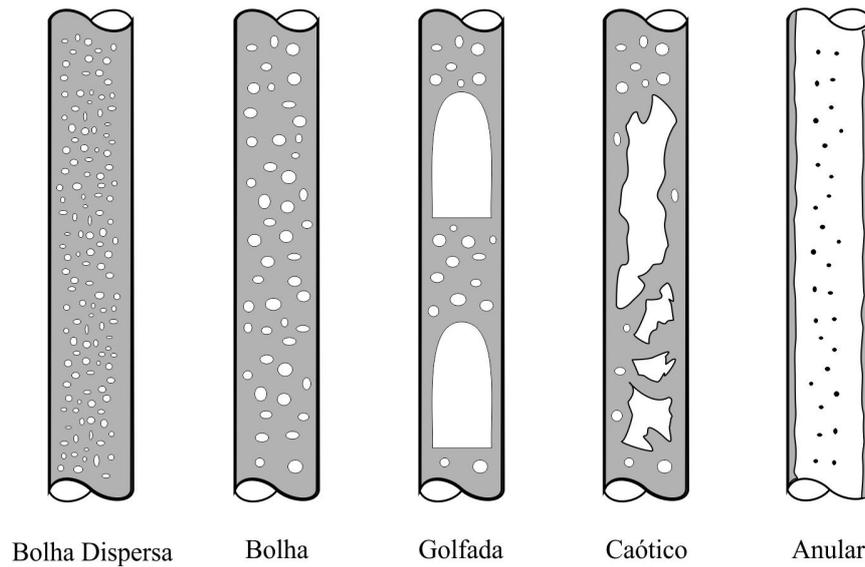
A figura 10.1 ilustra regimes de escoamento que podem ser encontrados num escoamento horizontal gás-líquido. O arranjo estratificado acontece para velocidades de gás e líquido relativamente baixas. As duas fases são separadas pela ação da gravidade. Na medida que a velocidade de gás aumenta, pistões ou golfadas de líquido preenchem a seção do duto, separados por bolsas de gás contendo uma camada estratificada de líquido escoando na parte inferior do duto. O escoamento é caracterizado por uma golfada de líquido deslocando-se a alta velocidade, ultrapassando o filme líquido. Aumentando-se a velocidade de gás a fase gasosa passa ser concentrada na parte central, podendo conter gotículas em suspensão com um filme líquido fino na parede do duto. A interface no anular tende a ter um perfil ondulatório que produz tensões cisalhantes elevadas. Para velocidades elevadas de líquido a fase líquida caracteriza-se como contínua contendo bolhas de gás dispersas, ou simplesmente bolhas discretas com tendência a se distribuir de forma mais uniforme na seção transversal. A transição para este regime é definida pela condição em que as bolhas estão em suspensão no líquido, ou quando bolsas de gás são destruídas quando essas tocam a parte superior do duto.



**Figura 10.1** Regimes de escoamento horizontal.

### Escoamento Vertical

Regimes de escoamento vertical são similares àqueles de dutos horizontais, com a diferença de que os efeitos da ação da gravidade não ocorrem de forma assimétrica com relação às densidades das fases, Fig. 10.2. Como na situação horizontal, o escoamento anular se caracteriza por um núcleo gasoso que se desloca a velocidade elevada e um filme líquido escoando junto à parede do duto. À medida que a velocidade de gás aumenta, golfadas de líquido ocupam a seção do duto, agora de forma simétrica com relação ao eixo. A maior parte do gás concentra-se em bolsas de gás de tamanho expressivo denominadas “bolhas de Taylor”, com diâmetros próximos do duto. O escoamento consiste de uma sucessão de bolhas de Taylor e golfadas líquidas que cobrem toda a seção transversal. No escoamento denominado em bolha o escoamento acontece para velocidades de líquido relativamente baixas com reduzida turbulência, caracterizados pelo deslizamento entre as fases gasosa e líquida, resultando em altas concentrações de líquido; isto é, em elevadas frações volumétricas de líquido. Por outro lado, semelhante ao escoamento horizontal, nas altas velocidades de líquido a fase gasosa tende a se dispersar na fase líquida, assumindo uma configuração em bolhas dispersas. Neste caso o líquido transporta as bolhas de gás à mesma velocidade. Portanto, o escoamento é predominantemente homogêneo, sem deslizamento entre as velocidade.



**Figura 10.2** Regimes de escoamento vertical.

### Escoamento Inclinado

A maior parte da literatura sobre regimes de escoamento trata com detalhe as configurações horizontal e vertical. Há, contudo, extensa bibliografia sobre escoamentos inclinados, tanto ascendentes como descendentes, sobretudo em sistemas de produção *offshore*, incluindo poços e linhas de produção. Por se tratar de área especializada, padrões de escoamento para essa configuração não é aqui tratado. O leitor interessado não deve ter dificuldade em localizar essas publicações.

### Mapas de Regime de Escoamento

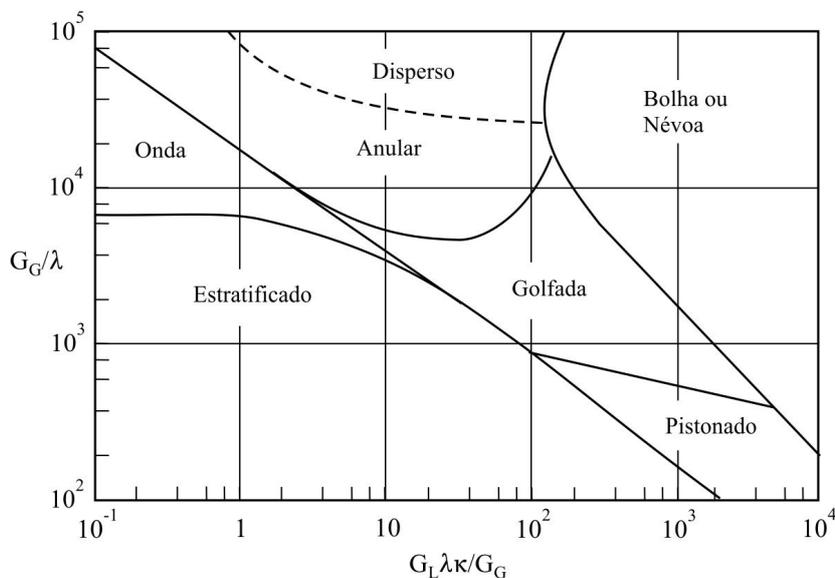
Nos escoamentos vertical e horizontal a maioria das investigações são realizadas procurando determinar a dependência do padrão com alguns parâmetros do escoamento, como velocidades superficiais  $V_G$  e  $V_L$ , frações volumétricas  $\alpha_G$  e  $\alpha_L$ , e propriedades dos fluidos: massas específicas, viscosidades e tensão superficial. Os resultados são geralmente mostrados em *mapas de arranjo de fase* que sugerem o regime de escoamento acontecendo em diversas regiões em função dos fluxos das fases. Os fluxos podem ser especificados como volumétricos, de massa, de quantidade de movimento ou outro qualquer, de acordo com a preferência do autor; sendo Baker<sup>2</sup> considerado pioneiro na

---

<sup>2</sup> Baker, O. Design of pipelines for simultaneous flow of oil and gas, Oil&Gas J.,53, 1954.

área. Seu mapa, mostrado na Fig. 10.3, utiliza coordenadas dimensionais e adimensionais, onde  $G_G$  e  $G_L$  representam os fluxos de massa de gás e líquido e  $\lambda = [(\rho_G/\rho_{Ar})(\rho_L/\rho_{\text{Água}})]^{1/2}$  e  $\kappa = (\sigma_{\text{Água}}/\sigma)[(\mu_L/\mu_{\text{Água}})(\rho_{\text{Água}}/\rho_L)^2]^{1/3}$  são fatores de correção para as propriedades dos fluidos para unidades de campo. Sumários desses mapas são comuns em textos clássicos sobre escoamento bifásico como, por exemplo, Wallis<sup>3</sup> e Govier e Aziz<sup>4</sup>.

Contornos difusos entre os arranjos ocorrem uma vez que o regime se torna instável à medida que se aproxima desses, enquanto o crescimento da instabilidade provoca a transição para outro arranjo. Como na transição laminar-turbulento no escoamento monofásico, as transições podem ocorrer de forma um tanto imprevisível, podendo depender de outras características do escoamento como rugosidade da parede, condições de entrada, vibração, transientes etc. Portanto, os contornos de transição não são linhas bem definidas, mas zonas de transição mal caracterizadas.



**Figura 10.3** Mapa de arranjo de fase de Baker<sup>1</sup> para escoamento bifásico horizontal em duto. Ref. Govier e Aziz<sup>4</sup>.

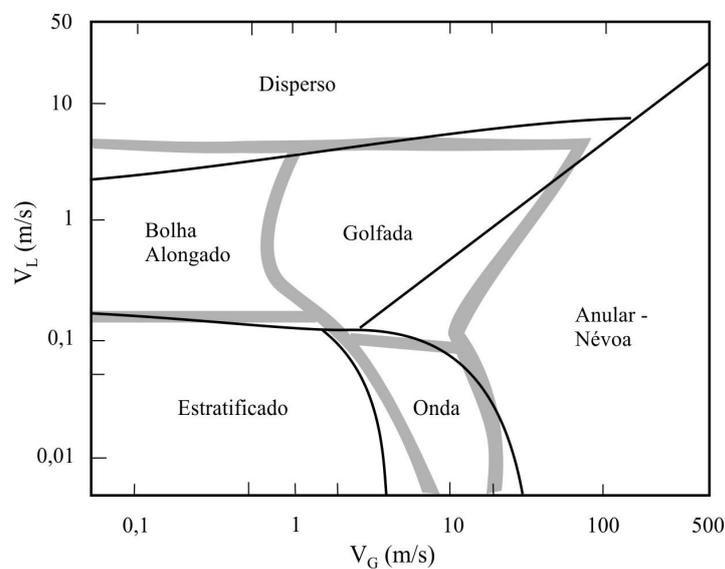
Outras dificuldades ocorrem na área. Uma está associada ao fato de que as coordenadas dos mapas são freqüentemente apresentadas na forma dimensional, resultando que os escoamentos se aplicam somente para dutos com dimensões específicas

<sup>3</sup> Wallis, G.B., One-Dimensional Two-Phase Flow, McGraw-Hill, 1969.

<sup>4</sup> Govier, G.W., Aziz, K., The Flow of Complex Mixtures in Pipes. Robert Krieger Publishing Co., 1982.

e para as condições particulares utilizadas na investigação. A despeito de tentativas de universalização de resultados por parte de muitos pesquisadores, ainda não existe, mesmo para geometrias simples, mapas de arranjo de fase adimensionais que incorporem a dependência paramétrica completa das características dos escoamentos. Outras questões sérias ainda permanecem, como incertezas associadas aos comprimentos necessários para atingir escoamento totalmente desenvolvido a partir da entrada ou de componentes, como curvas e válvulas. Em certos casos, a mera igualdade de parâmetros adimensionais, como os números de Reynolds e de Froude, não é garantia de reprodução de situações similares a partir de um dado mapa.

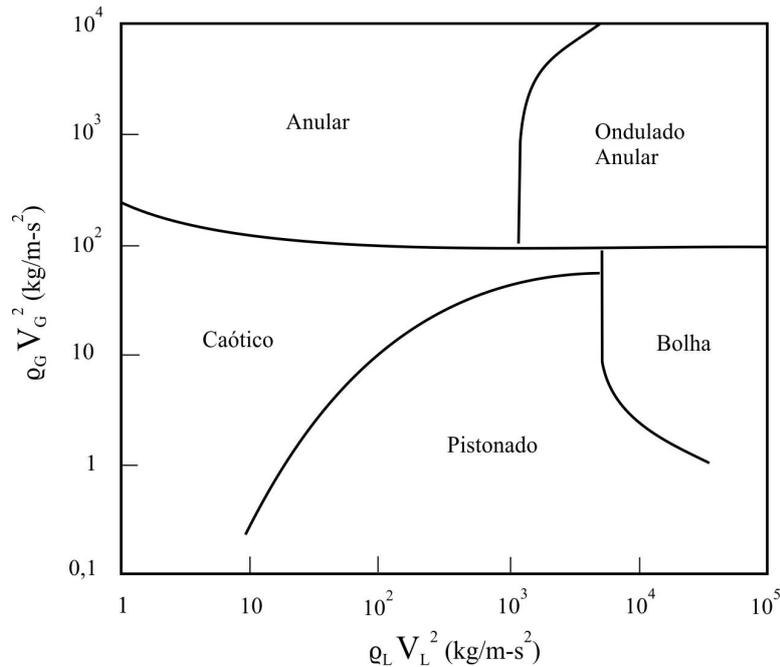
Por constituírem situações de grande interesse industrial, consideremos alguns exemplos clássicos de mapas de arranjo de fase para escoamentos bifásicos vertical e horizontal. A Fig.10.4 mostra os resultados para diversos regimes de escoamento num tubo de 25 mm de diâmetro de acordo com os trabalhos de Taitel & Dukler e Mandhane *et al.*, cf. Hestroni <sup>5</sup>.



**Figura 10.4** Comparação entre fronteiras de arranjos de fases para escoamento ar-água em um tubo horizontal de 25 mm de diâmetro utilizando os métodos de Taitel & Dukler (1976) e de Mandhane *et al.* (1974). Ref. Hestroni <sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> Hestroni, G., Handbook of Multiphase Systems, Hemisphere Publishing Corp., Cap.2, 1982.



**Figura 10.5** Mapa de arranjo de fase de Hewitt & Roberts (1969) para escoamento vertical ascendente. Ref. Hetsroni<sup>5</sup>.

Conforme já destacado, coordenadas universais para os mapas de regime de escoamento talvez nunca sejam conseguidas uma vez que, para cada transição, parâmetros relevantes tendem a ser distintos uns dos outros. Para escoamentos verticais, Hewitt & Roberts recomendam mapas conforme indicado na Fig. 10.5. Nesses mapas, as coordenadas são os fluxos de quantidade de movimento superficial das respectivas fases,  $\rho_G V_G^2$  e  $\rho_L V_L^2$ . Esses mapas são razoavelmente precisos, podendo ser utilizados para uma gama razoável de propriedades físicas de fluidos.

### 10.3 Métodos de Solução

A complexidade do escoamento multifásico requer o desenvolvimento de técnicas especiais de solução para os fenômenos que eles representam. De um modo geral isto é obtido por dois procedimentos: i- experimental, por modelos em escala de laboratório, ii- teórico, utilizando equações e modelos para o escoamento, em geral pela utilização de computadores na solução numérica das equações.

Na indústria de petróleo, a longa experiência na área levou inicialmente ao desenvolvimento de soluções empíricas que tinham por base a medida e a observação de

escoamentos em sistemas de produção, particularmente poços e linhas de transporte (também conhecidas por *flowlines*), nas configurações vertical e horizontal. Embora em muitas situações medidas foram realizadas no campo e em modelos de laboratório em escala real, isto nem sempre foi possível, tornando difícil sua aplicação nos protótipos. Por outro lado, o enorme desenvolvimento de computadores nas últimas décadas estimulou a generalização e a sofisticação da modelagem matemática, incluindo de escoamentos variáveis com o tempo, como aqueles envolvendo a operação de válvulas, partida e parada de bombas, alimentação com fluxo alternativo, corte e retomada de energia, rompimento de duto etc. Essas técnicas são assim denominadas neste capítulo de modelos empíricos e matemáticos, respectivamente.

### **10.3.1 Modelos Empíricos**

Correlações para escoamento em regime permanente de gás, óleo e água existem para dutos nas configurações vertical, horizontal e inclinados. Elas cobrem sistemas de fluidos com propriedades variadas, diferentes faixas de vazões e diferentes diâmetros de dutos. Devido à complexidade do escoamento e às variações nos parâmetros envolvidos (propriedades físicas, geometria e condições de fluxo), nenhuma correlação é totalmente satisfatória para todas as configurações. Todavia, quando análises com base em uma descrição mais fundamental não estão disponíveis, correlações são utilizadas para muitas situações práticas. Uma breve descrição é apresentada a seguir para alguns modelos mais comuns. O leitor interessado encontrará maiores detalhes na bibliografia sugerida no início do livro e final deste capítulo.

#### **10.3.1.1 Escoamento Vertical - Ascendente**

Brill e Mukherjee<sup>6</sup> sugerem que correlações para escoamento vertical podem ser classificadas em três categorias, aqui reproduzidas. Na categoria (A) as duas fases (gás e líquido) não apresentam escorregamento, não consideradas no regime de fluxo. Ou seja, gás e líquido escoam na mesma velocidade, não havendo dependência para o regime de escoamento. A massa específica é calculada com base na condição de mistura de entrada e a única correlação exigida é para o fator de atrito. Na categoria (B) admite-se escorregamento, mas não há consideração para o regime de fluxo. É necessário utilizar

---

<sup>6</sup> Multiphase Flow in Wells, James P. Brill, Hernanta Mukherjee, 1<sup>st</sup> Printing, Soc. Petroleum Engineers, 1999.

correlações para o fator de atrito e a fração volumétrica, aplicadas para qualquer regime de fluxo. Existindo escorregamento, requer-se uma metodologia especial para estimar a velocidade de líquido, ou gás, ao longo do duto. Para a categoria (C) admite-se escorregamento e regime de escoamento variável ao longo do duto. Portanto, obtido o arranjo por uma metodologia apropriada, correlações são utilizadas para calcular o fator de atrito e a fração volumétrica. O gradiente de pressão é assim dependente do regime de escoamento. Incluem-se nessas categorias os seguintes modelos:

**Categoria-A** A equação básica para calcular o gradiente de pressão é

$$-\frac{dp}{dz} = f \frac{1}{D} \rho_n \frac{V_m^2}{2} + \rho_n g \quad (10.12)$$

onde os subscritos m e n referem-se às condições de mistura e de não-deslizamento, respectivamente, Eqs. (10.9) e (10.10).

Nesta categoria enquadram-se as correlações de Poettman e Carpenter (1952)<sup>7</sup>, Baxdendel e Thomas (1961) e Fancher e Brown (1963). As três publicações utilizam correlações particulares para o fator de atrito em função do parâmetro (dimensional)  $\phi = \rho_m V_m D$ ; ou seja, o numerador do número de Reynolds  $Re = \rho_m V_m D / \mu_m$ .

**Categoria-B** Nesta categoria destaca-se a correlação de Hagedorn e Brown (1965), aplicada para escoamento vertical ou quase vertical (em torno de 5° com a vertical), tendo por base uma extensão da equação de energia para escoamento monofásico, considerando uma estimativa da massa específica de mistura *in situ* e efeitos de energia cinética. O gradiente de pressão faz uso de correlações para o fator de atrito e holdup líquido. Os autores sugeriram a seguinte equação para o gradiente de pressão

$$-\frac{dp}{dz} = f \frac{1}{D} \frac{\rho_n^2}{\rho_m} \frac{V_m^2}{2} + \rho_m g + \frac{1}{2} \rho_m \frac{dV_m^2}{dz} \quad (10.13)$$

Para o cálculo do fator de atrito bifásico utiliza-se o número de Reynolds para escoamento monofásico para densidade de não-deslizamento e velocidade e viscosidade de mistura

$$Re = \frac{\rho_n V_m D}{\mu_m} \quad \text{com} \quad \mu_m = \mu_g^{\alpha_g} \mu_l^{\alpha_l} \quad (10.14)$$

---

<sup>7</sup> Detalhes das referências com datas encontram-se nas “Referências” no final do capítulo.

O holdup líquido  $\alpha_l$  é calculado por correlação em função de alguns parâmetros adimensionais, Gover e Aziz, *op. cit*

**Categoria-C** Um número importante de autores destaca-se nesta categoria. A metodologia geral difere de outros modelos na forma com que o arranjo de fase é obtido, e como, para cada arranjo, o holdup líquido e o fator de atrito é determinado. Cada um dos métodos requer um considerável número de operações envolvendo parâmetros adimensionais e acesso a gráficos, tabelas e equações particulares para identificação do regime de escoamento, assim como do fator de atrito e da fração volumétrica. Uma breve apresentação de três correlações é feita a seguir, sem entrar nos detalhes dos cálculos.

O método de Duns e Ros (1963) é considerado como a melhor correlação empírica para o gradiente de pressão no escoamento vertical gás-líquido. Os autores realizaram a primeira análise adimensional em escoamento bifásico em dutos. Após um processo de eliminação, quatro grupos adimensionais mais relevantes são utilizados para determinar o gradiente de pressão, num procedimento razoavelmente complexo. Melhores resultados são obtidos quando o método é aplicado em dutos (verticais) relativamente curtos. Para linhas longas recomenda-se aplicar a metodologia sobre segmentos discretos e somar os gradientes de pressão locais.

O método de Beggs e Brill (1973) foi o primeiro a prever o comportamento de escoamento em dutos inclinados, desde a horizontal até vertical. Com base no regime observado para escoamento horizontal um mapa empírico indica o arranjo correspondente para qualquer ângulo. Correlações foram desenvolvidas para o holdup líquido para escoamento horizontal e corrigidos para o ângulo real do duto. O fator de atrito para escoamento bifásico é calculado a partir de uma expressão envolvendo um fator de normalização  $f/f_n$  obtido da curva de duto liso no diagrama de Moody, ou da equação de Darcy-Weisbach, baseada no número de Reynolds similar àquele mostrado em (10.14). O gradiente de pressão é calculado pela equação

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{1}{1-E_k} \left[ f \frac{1}{D} \frac{\rho_n V_m^2}{2} + \rho_m g \text{sen}\theta \right] \quad (10.15)$$

com

$$E_k = \frac{\rho_n V_m V_G}{p} \quad (10.16)$$

onde  $p$  é a pressão (absoluta) local.

A metodologia proposta por Mukherjee e Brill (1985) representa um avanço para compensar algumas deficiências do método de Beggs e Brill, cobrindo toda faixa de inclinação do duto, inclusive escoamento descendente; ou seja, para a configuração  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ . Mapas de arranjo de fase foram construídos com coordenadas baseadas em parâmetros adimensionais envolvendo as velocidades superficiais e propriedades do fluido, com curvas de transição entre os arranjos, cada uma das quais definidas por equações empíricas. Uma complexa equação correlaciona o holdup líquido com parâmetros do escoamento. O fator de atrito é calculado de forma similar à equação sugerida por Beggs e Brill, assim como o gradiente de pressão, Eq. (10.15).

### 10.3.1.2 Escoamento Horizontal

Como no caso vertical, nenhuma correlação é suficientemente precisa e geral para o escoamento gás-líquido em dutos horizontais devido à complexidade do problema. As primeiras tentativas de análise na área tiveram início no final da década de 40 com trabalhos ainda sendo realizados em anos recentes. Apresentamos neste parágrafo apenas algumas das correlações mais relevantes para esta configuração.

O holdup líquido tem menor importância no cálculo do gradiente de pressão no escoamento horizontal do que no vertical ou inclinado, embora a maioria das correlações requeiram o holdup na avaliação da massa específica para cálculo do fator de atrito e do termo aceleração. Em muitas aplicações este último é pequeno e ignorado. Não havendo o termo devido à gravidade o gradiente de pressão é obtido por uma equação geral na forma

$$-\frac{dp}{dz} = f \frac{1}{D} \frac{\rho_f V_m^2}{2} + \frac{1}{2} \rho_{ac} \frac{dV_m^2}{dz} \quad (10.17)$$

onde  $\rho_f$  e  $\rho_{ac}$  representam massas específicas particulares sugeridas por cada correlação para os termos de atrito e aceleração, respectivamente.

Lockhart e Martinelli (1949) foram pioneiros na apresentação de uma correlação geral para o gradiente de pressão em dutos horizontais. Embora empírico, o método tem alguma base teórica, sendo relativamente simples de aplicação mas impreciso, exceto quando aplicado para condição de escoamento similar às hipóteses originais, sobretudo para fluxo separado horizontal. A correlação baseia-se no conceito de que o gradiente de

pressão para a fase líquida é igual ao gradiente de pressão para a fase gasosa, independentemente do arranjo de fase. O modelo estima o holdup líquido em função de parâmetros definidos como

$$\phi_G^2 = \frac{|(dp/dx)|}{|(dp/dx)_G|} \quad e \quad \phi_L^2 = \frac{|(dp/dx)|}{|(dp/dx)_L|} \quad (10.18)$$

e

$$X^2 = \frac{\phi_G^2}{\phi_L^2} = \frac{|(dp/dz)_L|}{|(dp/dz)_G|} \quad (10.19)$$

conhecido como “parâmetro de Martinelli”, onde  $(dp/dz)$  é o gradiente de pressão no escoamento bifásico,  $(dp/dz)_L$  o gradiente de pressão que existiria se líquido estivesse escoando sozinho com velocidade igual à sua velocidade superficial  $V_L$  e  $(dp/dz)_G$  o gradiente de pressão que existiria se gás estivesse escoando sozinho com velocidade igual à sua velocidade superficial  $V_G$ . O gradiente de pressão no escoamento bifásico é obtido como

$$-\frac{dp}{dz} = f_G \frac{1}{D_G} \frac{\rho_G V_G^2}{2} = f_L \frac{1}{D_L} \frac{\rho_L V_L^2}{2} \quad (10.20)$$

onde os fatores de atrito (de Darcy)  $f_L$  e  $f_G$  estão relacionados com números de Reynolds baseados na fórmula generalizada de Blasius

$$f_G = \frac{a_G}{Re^{b_G}} \quad e \quad f_L = \frac{a_L}{Re^{b_L}} \quad (10.21)$$

onde  $a_N$  e  $b_N$  ( $N=G,L$ ) são constantes e  $D_L$  e  $D_G$  são os diâmetros hidráulicos onde líquido e gás escoam. Note que como as velocidades superficiais são calculadas por  $V_L=Q_L/A$  e  $V_G=Q_G/A$  ( $A$ = área do duto), os diâmetros hidráulicos são inferiores ao diâmetro do duto. Lockhart e Martinelli postularam que  $\phi_G$  e  $\phi_L$  são funções únicas do parâmetro  $X$ , ambas determinadas experimentalmente. Obtidos os valores dos gradientes de pressão monofásicos, o parâmetro  $X$  é calculado de (10.18) e, das correlações entre  $\phi_G$  e  $\phi_L$  e  $X$ , obtém-se os valores de  $\phi_G$  e  $\phi_L$ , e então  $(dp/dz)=\phi_G^2(dp/dz)_G= \phi_L^2(dp/dz)_L$ .

O método de Dukler, Wicks e Cleveland (1964), normalmente conhecido como método de Dukler, aplica-se especialmente para escoamento óleo-gás. A metodologia tem

origem numa análise de similaridade onde correlações para o fator de atrito e o holdup líquido foram calculados a partir de dados de campo. O fator de atrito é calculado a partir de uma expressão envolvendo um fator de normalização  $f/f_n$  função de um número de Reynolds baseado na velocidade de mistura, da viscosidade de mistura com peso nas frações volumétricas de não-deslizamento, e de uma massa específica de mistura, Eq. (10.23). O holdup líquido é calculado a partir de tabelas e gráficos com coordenadas  $\alpha_L$  e  $\lambda_L$  (frações volumétricas de líquido com e sem deslizamento). O gradiente de pressão contém termos devidos ao atrito e à aceleração na forma

$$-\frac{dp}{dz} = f \frac{1}{D} \frac{\rho_k V_m^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{d}{dz} \left[ \frac{\rho_G V_G^2}{\alpha_G} + \frac{\rho_L V_L^2}{\alpha_L} \right] \quad (10.22)$$

onde

$$\rho_k = \frac{\rho_G \lambda_G^2}{\alpha_G} + \frac{\rho_L \lambda_L^2}{\alpha_L} \quad (10.23)$$

A correlação de Beggs e Brill (1973) descrita no parágrafo anterior para escoamento vertical aplica-se para escoamento horizontal. Conforme alí descrito, correlações foram desenvolvidas para o holdup líquido para o escoamento horizontal. O fator de atrito para escoamento bifásico é calculado a partir de uma expressão envolvendo um fator de normalização  $f/f_n$  obtido da curva de duto liso no diagrama de Moody, ou da equação de Darcy-Weisbach baseada no número de Reynolds similar àquele mostrado em (10.14). O gradiente de pressão é calculado pela equação (10.15-16).

Oliemans (1976) apresentou uma metodologia de cálculo para o gradiente de pressão em escoamento bifásico em gasodutos. O autor postula que o deslizamento do gás sobre a fase líquida resulta num acúmulo de líquido na linha que reduz a área efetiva de escoamento das fases. A fração volumétrica de gás  $\alpha_G$  e a fração volumétrica de não-deslizamento para o líquido  $\lambda_L$  são conhecidas. Desta forma a diferença  $\phi_L = \alpha_L - \lambda_L$  é ocupada pelo líquido acumulado. Uma vez que tanto  $\alpha_L$  como  $\lambda_L$  podem variar ao longo do duto, o mesmo ocorre com a área efetiva. Como consequência do deslizamento Oliemans propôs que o fluxo de massa bifásico, a massa específica e o diâmetro efetivo sejam redefinidos em função de parâmetros do escoamento.

### 10.3.1.3 Escoamento Inclinado

Escoamento inclinado refere-se ao escoamento em dutos formando ângulo distinto do horizontal ou vertical. Exemplos de escoamento inclinado na indústria de petróleo incluem dutos atravessando regiões montanhosas e poços direcionais, esses muito comuns hoje na produção *offshore*. Em muitas instalações *offshore* o óleo e o gás produzido é transferido *onshore* antes da separação. Não sendo o fundo do mar horizontal, ocorre escoamento inclinado entre a plataforma e o separador, localizado em terra.

O cálculo do gradiente de pressão no escoamento bifásico inclinado é realizado em larga escala hoje em dia por métodos baseados em modelos matemáticos que consideram a dinâmica das fases e sua interação enquanto escoam pelo duto. Todavia, algumas poucas correlações estão disponíveis para esta configuração, notadamente a de Beggs e Brill, *op. cit.* Neste caso, o gradiente de pressão é estimado pela equação (10.15-16), onde  $\theta$  é o ângulo com a horizontal. Naturalmente, tanto a fração volumétrica quanto o fator de atrito devem ser calculados pelo procedimento interno da proposta. Tendo sido desenvolvido com base de dados de linhas reais (e não em laboratório), o método de Beggs e Brill tem se mostrado razoavelmente preciso em muitas aplicações de escoamento inclinado gás-óleo.

### 10.3.2 Modelos Matemáticos

Neste parágrafo consideramos os fundamentos da modelagem de escoamento bifásico gás-líquido e o procedimento geral para determinação do gradiente de pressão das vazões e frações volumétricas no interior de dutos. Tendo sido introduzido o conceito de regimes de escoamento, desenvolveremos aqui as equações de conservação de massa e quantidade de movimento cuja solução permite determinar os campos de pressão, velocidades e frações volumétricas para escoamento isotérmico permanente (invariável com o tempo). Embora em geral essas variáveis não sejam necessariamente iguais nas duas fases, para certas condições é possível construir modelos simplificados que reproduzem satisfatoriamente situações práticas de engenharia onde alguns desses parâmetros são igualados. Quatro modelos em particular são capazes de cobrir uma ampla faixa de aplicação: os modelos homogêneo, separado, de dois fluidos e de deslizamento (*drift flux* em inglês). Uma breve apresentação desses modelos é feita a seguir para escoamentos isotérmicos. Ou seja, as análises deste capítulo são feitas para a hipótese de que o campo

de temperatura não varia com o escoamento. Nada impede, contudo, que esta seja especificada não-uniforme ao longo do duto. Por exemplo, é razoável esperar que a temperatura seja variável ao longo de um poço de produção de óleo devido ao gradiente geotérmico. As modelagens que se seguem permitem tratar tais situações, embora sob condição de que a temperatura permaneça invariável no tempo.

### 10.3.2.1 Modelo Homogêneo

Define-se como modelo homogêneo aquele em que as propriedades das duas fases, assim como da pressão e velocidades são uniformes na seção transversal do duto. Para escoamento unidimensional, as velocidades são consideradas iguais e a massa específica de mistura assume uma forma simples

$$u = u_L = u_G \quad e \quad \rho_m = \alpha_G \rho_G + \alpha_L \rho_L \quad (10.24)$$

As equações de conservação de massa e quantidade de movimento para o modelo são

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z}(\rho_m u A) &= 0 \\ \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z}(\rho_m u^2 A) &= -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_m g \operatorname{sen} \theta - f \frac{1}{D_h} \frac{\rho_m |u| u}{2} \end{aligned} \quad (10.25)$$

Este sistema tem três incógnitas  $(\alpha_G, u, p)$ , função da posição  $z$ . Note que as equações são idênticas àquelas para escoamento monofásico para regime permanente (3.4.1). Resultado esperado, uma vez que o escoamento homogêneo bifásico com propriedades uniformes deve comportar-se como um escoamento monofásico. Finalmente, a fração volumétrica  $\alpha_G$  permanece incógnita, devendo ser calculada pela equação de conservação correspondente

$$\frac{\partial}{\partial z}(\alpha_G \rho_G u A) = 0 \quad (10.26)$$

Dadas condições de contorno e iniciais apropriadas, a solução deste sistema, juntamente com a equação para a massa específica  $\rho_m$ , permite calcular as três incógnitas no espaço- $z$ . O fator de atrito  $f$  é calculado por equações do escoamento monofásico (Colebrook-

White, Blasius etc.) onde o número de Reynolds e as propriedades são avaliadas para condição de mistura.

Sendo as velocidades das fases iguais, da definição de velocidade superficial (10.4) conclui-se que a velocidade *in situ* é

$$u = \frac{Q_G + Q_L}{A} \quad (10.27)$$

e as frações volumétricas calculadas por

$$\alpha_G = \frac{Q_G}{Q_G + Q_L} \quad e \quad \alpha_L = \frac{Q_L}{Q_G + Q_L} \quad (10.28)$$

### 10.3.2.2 Modelo Separado

O modelo separado foi inicialmente desenvolvido para evitar a restrição de velocidades iguais para as duas fases, como requerido no modelo homogêneo. A metodologia de solução pode ter por base modelos empíricos, como o trabalho de Lockhart e Martinelli, ou equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia (para o problema não isotérmico) para escoamento permanente unidimensional, pelas quais as duas velocidades  $u_G$  e  $u_L$ , e o gradiente de pressão são obtidos. Uma breve apresentação dessas soluções é mostrada a seguir.

O clássico método de Lockhart e Martinelli ainda é utilizado em certos setores da indústria, tendo importância inegável na conceituação da modelagem de escoamentos separados. Todavia, sua aplicação mostrou-se imprecisa e, por isso, deve ser evitada em favor de outras correlações mais modernas, como a de Friedel (1979), por exemplo. Uma introdução ao método de Lockhart e Martinelli é apresentada no parágrafo 10.3.1.2.

Soluções baseadas em modelos matemáticos para o escoamento separado têm aplicação especial para a previsão do gradiente de pressão nos escoamentos anular (vertical, horizontal ou inclinado) Fig. 10.6 e estratificado (horizontal ou quase-horizontal). Neste último, a fase gasosa, mais leve, escoava acima de um leito líquido acumulado na região inferior do duto

**Escoamento Anular Vertical.** Consideremos o escoamento anular em um duto vertical conforme esquematizado na Fig. 10.6. O duto tem diâmetro interno  $D$ , sendo a espessura

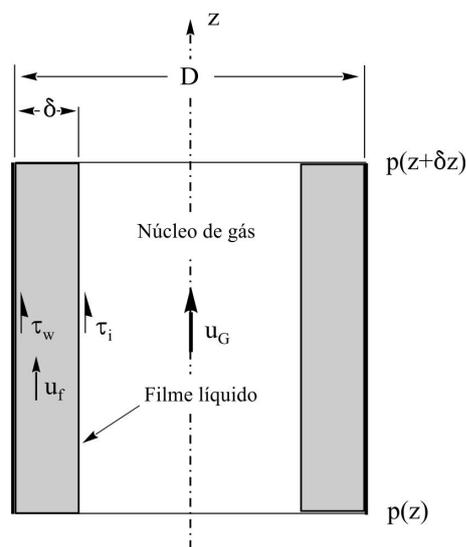
média do filme líquido representada por  $\delta$ . No núcleo central gás escoo com velocidade média  $u_G = Q_G/A_c$ , onde  $A_c$  é a área da seção livre de gás. O filme líquido desloca-se com velocidade média  $u_L = u_{Lf} = Q_{Lf}/A_f$ , sendo  $A_f$  a área ocupada pelo filme. Na interface gás-líquido atua a tensão cisalhante  $\tau_i$ , enquanto na parede a tensão cisalhante é  $\tau_w$ . O escoamento (das duas fases) é considerado positivo quando no sentido ascendente. O gradiente de pressão para esta configuração é

$$-\left(\frac{dp}{dz} + g\rho_G\right) = f_i \frac{1}{D} \frac{\rho_G V_G^2}{\alpha_G^{5/2}} \quad (10.29)$$

O fator de atrito interfacial pode ser estimado pela fórmula

$$f_i = f_{is} \left[ 1 + 24 \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{1/3} \frac{\delta}{D} \right] \quad (10.30)$$

onde  $f_{is}$  é o fator de atrito para duto liso em escoamento monofásico baseado no número de Reynolds para viscosidade do gás e velocidade média no núcleo.



**Figura 10.6** Filme líquido e núcleo central no escoamento anular vertical.

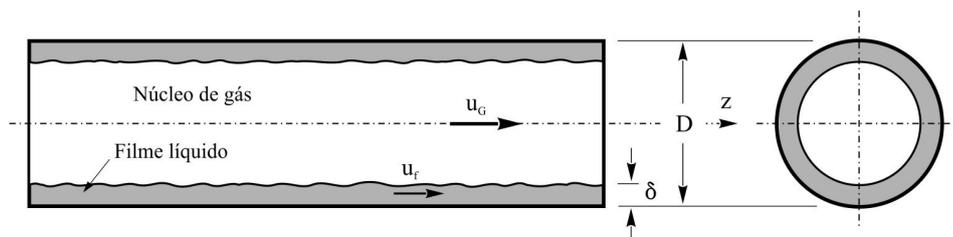
**Escoamento Anular Horizontal.** Analisemos agora o escoamento horizontal gás-líquido conforme mostrado na Fig. 10.7. O arranjo é bastante similar ao escoamento vertical. Em geral, o filme líquido consiste de uma subcamada laminar, uma zona de transição e uma região turbulenta em contato com o gás. Nas velocidades baixas o filme é relativamente suave, com pequenas ondas na superfície. Na medida que a velocidade de líquido cresce a superfície se distorce, formando ondas maiores. Sob condição de alta velocidade de gás, gotículas de líquido são arrancadas da superfície e transportadas para o núcleo central gasoso. O gradiente de pressão para esta geometria é calculado por

$$-\frac{dp}{dz} = f_i \frac{1}{D} \frac{\rho_G V_G^2}{\alpha_G^{5/2}} \quad (10.31)$$

O fator de atrito interfacial pode ser estimado pela fórmula

$$f_i = f_{is} \left( 1 + 300 \frac{\delta}{D} \right) \quad (10.32)$$

com o fator  $f_{is}$  calculado de forma similar ao do escoamento vertical.



**Figura 10.7** Filme líquido e núcleo central no escoamento anular horizontal.

**Escoamento Estratificado.** O arranjo estratificado caracteriza-se pela separação dos escoamentos líquido e gasoso onde o líquido escoar na parte inferior do duto enquanto o gás desloca-se na parte superior, Fig. 10.8. A configuração ocorre tipicamente para velocidades superficiais de líquido inferiores a 0,3 m/s e de gás entre 0,5 a 3 m/s. Enquanto a velocidade do gás for baixa a interface gás-líquido é relativamente suave. Se a velocidade cresce, ondas aparecem na superfície líquida tornando o escoamento estratificado-ondulado. Velocidades maiores provocam o surgimento de ondas de grandes amplitudes e comprimento resultando numa interface bastante irregular, podendo

conduzir à formação de golfadas quando a fração de líquido for alta. Situação análoga ocorre em sistemas líquido-líquido, embora aqui as fases possam acontecer no regime laminar ou turbulento. Mostramos a seguir o resultado da modelagem de Taitel e Dukler<sup>8</sup>, para o arranjo estratificado.

Admitindo escoamento em regime permanente, sem aceleração significativa, e sem variação de propriedades físicas, as equações de quantidade de movimento para as fases no escoamento suave são

$$\begin{aligned}
 -A_L \left( \frac{dp}{dz} \right) - \tau_{wL} P_L + \tau_i P_i - \rho_L A_L g \text{sen} \theta &= 0 \\
 -A_G \left( \frac{dp}{dz} \right) - \tau_{wG} P_G - \tau_i P_i - \rho_G A_G g \text{sen} \theta &= 0
 \end{aligned}
 \tag{10.33}$$

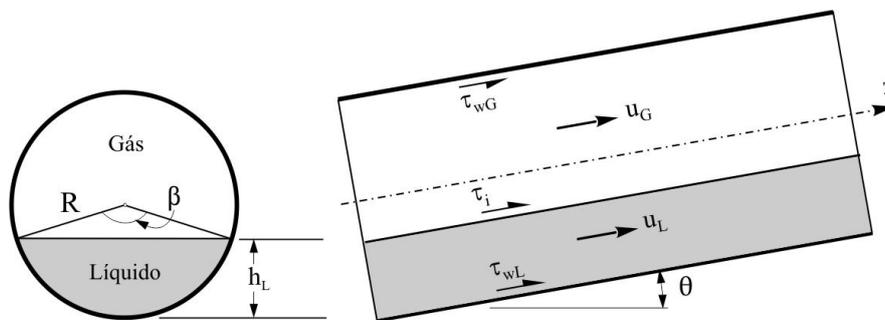
A refere-se à área transversal do duto,  $\tau$  à tensão cisalhante e  $P$  ao perímetro. Os índices  $w$ ,  $G$  e  $L$  representam parede e fases gás e líquido, respectivamente. Eliminando-se o gradiente de pressão

$$\alpha_G \frac{P_L \tau_{wL}}{A} - \alpha_L \frac{P_G \tau_{wG}}{A} - \frac{P_i \tau_i}{A} + \alpha_G \alpha_L (\rho_L - \rho_G) g \text{sen} \theta = 0
 \tag{10.34}$$

com  $\alpha_G$  e  $\alpha_L$  (lembrando que  $\alpha_L = 1 - \alpha_G$ ) as frações volumétricas de gás e líquido. Taitel e Dukler mostraram que, para dado ângulo  $\theta$ , e vazões de entrada especificadas para cada fase, esta equação pode ser resolvida para a fração volumétrica  $\alpha_G$  (ou  $\alpha_L$ ), uma vez que os perímetros são função de  $\alpha$  e as tensões cisalhantes podem igualmente ser escritas em função de  $\alpha$ . A altura do leito líquido é então determinada e o gradiente de pressão calculado por uma das equações (10.33). Naturalmente, a solução requer o cálculo de propriedades, como massa específica e fator de atrito na parede e interface gás-líquido, todas obtidas no processo iterativo de solução da equação transcendental (10.34).

---

<sup>8</sup> Taitel, Y., Dukler, A.E., A Model for Predicting Flow Regime Transition in Horizontal and Near-Horizontal Gas-Liquid Flow, A.I.Ch.E. J., 22, 47-55, 1976.



**Figura 10.8** Escoamento estratificado gás-líquido quase-horizontal.

### 10.3.2.3 Modelo de Dois Fluidos

O modelo de dois-fluidos é caracterizado por tratar a fase dispersa (descontínua, como bolhas e gotículas) como uma segunda fase contínua, interagindo com a fase contínua. As equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são escritas para os fluidos em movimento, incluindo a modelagem dos termos de transferência de massa, quantidade de movimento e de energia. Portanto, o modelo não considera efeitos devidos à natureza discreta da fase dispersa.

Modelos de dois fluidos com trocas nas interfaces são muito utilizados hoje em dia em códigos de computador uma vez que admitem não só velocidades, mas temperaturas também, distintas entre as fases gás e líquido. Os modelos baseiam-se na formulação unidimensional e na tomada de médias temporais e espaciais em volumes finitos do duto. Ou seja, não admitem variações de propriedades, como velocidades e temperaturas e seus gradientes radiais, nas interfaces ou fronteiras na parede. Esses modelos requerem leis de fechamento para tratar as condições nas interfaces e na parede que. Uma vez que essas leis dependem do padrão do escoamento, mapas para os padrões de escoamento devem ser igualmente especificados.

**Leis de Conservação** Para regime transiente, portanto, variável com o tempo, as seguintes leis de conservação são propostas por Yadigaroglu e Lahey<sup>9</sup>. As equações de continuidade são

---

<sup>9</sup> Yadigaroglu, G., Lahey, R.T., On the Various Forms of the Conservation Equations in Two-Phase Flow., Int. J. Multiphase flow, 2, pp. 477-494, 1976.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_L \rho_L) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_L \rho_L u_L A) + \Gamma = 0 \quad (10.35)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_G \rho_G) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_G \rho_G u_G A) - \Gamma = 0$$

O termo  $\Gamma$  representa a transferência de massa por unidade de volume entre as fases, sendo positivo no processo de evaporação da fase líquida. Algumas das transferências ocorrem na interface e outras na parede. Havendo um único componente não ocorre transferência nas interfaces, somente na parede.

As equações correspondentes para a quantidade de movimento são mostradas a seguir. Os termos da esquerda representam aceleração, enquanto da direita são forças atuantes nas respectivas fases. O primeiro termo representa a força resultante devido ao gradiente de pressão e o segundo a força devido à gravidade. Os terceiros e quartos termos as forças nas paredes e interfaces devidos às tensões cisalhantes  $\tau_w$  e  $\tau_i$ , atuantes nos perímetros  $P_w$  e  $P_i$ , respectivamente. O último termo representa a força devido ao fluxo de quantidade de movimento entre as fases onde  $u_i$  refere-se à velocidade na interface.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_L \rho_L u_L) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_L \rho_L u_L^2 A) = & -\alpha_L \frac{\partial p}{\partial x} - \alpha_L \rho_L g \text{ sen } \theta \\ & - \frac{1}{A} (P_{wL} \tau_{wL} - P_i \tau_i) - \Gamma u_{iL} \end{aligned} \quad (10.36)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_G \rho_G) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_G \rho_G u_G^2 A) = & -\alpha_G \frac{\partial p}{\partial x} - \alpha_G \rho_G g \text{ sen } \theta \\ & - \frac{1}{A} (P_{wG} \tau_{wG} + P_i \tau_i) + \Gamma u_{iG} \end{aligned}$$

Especificadas condições iniciais (em  $t=0$ ) e de contorno apropriadas; ou seja, na entrada e saída do duto, a solução dessas quatro equações fornecerá as quatro incógnitas do problema  $\{\alpha_G, u_G, u_L, p\}$  ao longo da linha para todo instante de tempo. Isto é, os quatro parâmetros são função de  $\{z, t\}$ . Devido à complexidade do problema, soluções numéricas são obtidas hoje em dia por softwares especializados.

#### 10.3.2.4 Modelo de Deslizamento (*Drift Flux*)

O modelo de deslizamento tem por base a mistura do escoamento em vez das duas fases separadas, tornando sua aplicação mais simples do que o modelo de dois fluidos. O método tem origem na combinação das equações de conservação e a consequente eliminação de algumas, constituindo um sistema mais simples com estrutura similar à formulação monofásica. Para o escoamento isotérmico o modelo é representado por três equações de conservação: continuidade de mistura (soma de 10.35a e 10.35b), continuidade para o gás (10.35b) e quantidade de movimento de mistura (soma de 10.36a e 10.36b). Nesta formulação, uma equação de quantidade de movimento é eliminada. Desta forma, o movimento relativo entre as fases deve ser expresso por uma equação constitutiva adicional relacionando a velocidade relativa com outros parâmetros do escoamento. É mostrado a seguir um breve resumo dos resultados que conduzem à equação constitutiva para as velocidades. O sistema final das três equações de conservação não é apresentado.

Iniciemos a análise pela definição de média na área da seção transversal do duto. Para uma variável genérica  $\varphi$ , a média na seção é definida como

$$\langle \varphi \rangle = \frac{1}{A} \int_A \varphi dA \quad (10.37)$$

Frações volumétricas e médias são definidas como

$$\langle \alpha_G \rangle = \frac{A_G}{A} \quad e \quad \langle \alpha_L \rangle = \frac{A_L}{A} \quad (10.38)$$

assim como a velocidade média para a fase gasosa

$$\bar{V}_G = \frac{\langle V_G \rangle}{\langle \alpha_G \rangle} \quad (10.39)$$

Num trabalho pioneiro na área, Zuber e Findley (1965)<sup>10</sup> mostraram que a velocidade média para o gás pode ser expressa em função da velocidade de mistura e uma velocidade de deslizamento na forma

---

<sup>10</sup> Zuber, N., Findley, J.A., Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems, J. Heat Transfer, 87, 453, 1965.

$$\bar{V}_G = \frac{\langle V_G \rangle}{\langle \alpha_G \rangle} = C_o V_m + u_{Gm}^* = C_o [\langle V_G \rangle + \langle V_L \rangle] + u_{Gm}^* \quad (10.40)$$

onde  $C_o$  é um parâmetro associado à distribuição da fase dispersa (bolhas ou gotículas) na seção transversal do duto,  $V_m$  a velocidade de mistura e  $u_{Gm}^*$  a velocidade de deslizamento entre as duas fases, gás e líquido (especificada por equações empíricas para cada regime de escoamento). Esta equação representa a relação constitutiva para as velocidades do modelo de deslizamento. As três equações de conservação constituem um sistema para as três incógnitas  $\{\alpha_G, V_m, p\}$ . As velocidades de gás e líquido são então obtidas a partir de relações algébricas simples envolvendo  $V_m$  e outros parâmetros do escoamento, como as frações volumétricas e as massa específicas das fases. Condições iniciais e de contorno completam o sistema para ser resolvido numericamente no domínio  $\{z, t\}$ .

## Referências

- Baxendell, P.B., Thomas, R.: "The Calculation of Pressure Gradients in High-Rate Flowing Wells", J. Pet. Tech., pp. 1023-1028, 1961.
- Beggs, H.D., Brill, J.P.: "A Study of Two-Phase Flow in Inclined Pipes", J. Pet. Tech., pp. 607-617, 1973.
- Dukler, A.E., Wicks, M., Cleveland, R.G.: "Frictional Pressure Drop in Two-Phase Flow: B. Approach Through Similarity Analysis", AIChE J., 10, pp. 44-51, 1964.
- Duns, H., Ros, N.C.J.: "Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells", Proc. 6th World Pet. Congr., pp. 451-465, Frankfurt, 1963.
- Fancher, G.H., Brown, K.E.: "Prediction of Pressure Gradients for Multiphase Flow in Tubing", Soc. Pet. Eng. J., pp. 59-69, 1963.
- Friedel, L.: "Improved Friction Pressure Drop Correlations for Horizontal and Vertical Two-Phase Pipe Flow", European Two Phase Flow Group Meet., Ispra, Italy, paper E2, 1979.
- Govier, G.W., Aziz, K., "The Flow of Complex Mixtures in Pipes", Robert Krieger Publishing Co., 1982.
- Hagedorn, A.R., Brown, K.E.: "Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Small-Diameter Vertical Conduits", J. Pet. Tech., pp. 475-484, 1965.
- Hewitt, G.F, Roberts, D.N.: "Investigation of Interfacial Phenomena in Annular Two-Phase Flow by Means of the Axial View Technique", Rept. AERE-R6070, UKAEA, Harwell, 1969.
- Lokhart R. W., Martinelli, R.C.: "Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase, Two-Component Flow in Pipes", Chem. Eng. Prog, 45:39-48, 1949.
- Mandhane, J.M., Gregory, G.A, Aziz, K.A.: "A Flow Pattern Map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes", Int. J. Multiphase Flow, 1:537-553, 1974.
- Mukherjee, H., Brill J.P.: "Pressure Drop Correlations for Inclined Two-Phase Flow", ASME J. Energy Res. Tech.107, no. 4, pp. 549-, 1985.
- Oliemans, R. V.A.: "Two-Phase Flow in Gas Transmission Pipelines", ASME paper 76-Pet-25, Pet. Div. Conference, Mexico City, 1976.
- Poetmann, F.H., Carpenter, P.G.: "The Multiphase Flow of Gas, Oil and Water Through Vertical Flow Strings", Drill and Prod., API, Dallas, 257, 1952.
- Taitel, Y., Dukler, A.E.: "A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near-Horizontal Gas-Liquid Flow", AIChE J., 26, pp. 47-55, 1976.
- Züber, N., Findley,: "Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems", J. Heat Transfer, ser C, vol 87, pp. 453-, 1965.