

# 8 Escoamento Compressível em Dutos

Até agora analisamos os efeitos de variação de área num escoamento compressível enquanto desprezamos outras variáveis como atrito e transferência de calor. Neste capítulo consideraremos esses dois efeitos em dutos com área constante, i.e., dutos com área uniforme ao longo do comprimento.

## 8.1 Escoamento Adiabático em Duto com Atrito

Consideremos o escoamento num duto sob as seguintes hipóteses simplificadoras:

- Escoamento permanente, adiabático, unidimensional
- Gás perfeito com calor específico constante
- Duto com área constante
- Trabalho de eixo e energia potencial desprezíveis
- Atrito na parede correlacionado com a equação de Darcy-Weisbach

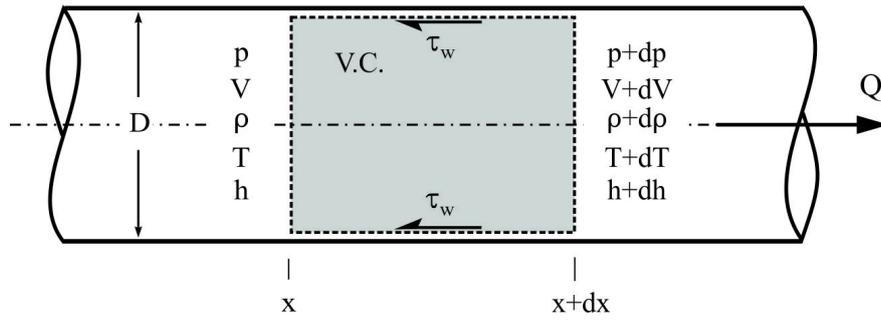
De fato estaremos considerando problemas com atrito do tipo de Moody, mas com grandes variações na energia cinética, entalpia e pressão. De uma maneira geral o escoamento adiabático com atrito é particularmente apropriado para escoamento em alta velocidade em dutos relativamente curtos.

Consideremos um volume de controle de área  $A$  e comprimento  $dx$ , como mostrado na Fig. 8.1. A área é constante enquanto as propriedades ( $p$ ,  $T$ ,  $\rho$ ,  $V$ ,  $h$ ) podem variar com  $x$ . A partir das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, assim como das equações de estado e entropia, chega-se a

$$G = \rho V = \frac{\dot{m}}{A} = \text{const.}$$

$$pA - (p + dp)A - \tau_w \pi D dx = \dot{m} (V + dV - V) \quad (8.1a)$$

$$h + \frac{V^2}{2} = h_o = c_p T_o = c_p T + \frac{V^2}{2}$$



**Figura 8.1** Volume de controle elementar num duto com atrito viscoso.

$$p = \rho RT$$

$$T ds = dh - \frac{dp}{\rho} \quad (8.1b)$$

ou, na forma diferencial,

$$\frac{dp}{\rho} + \frac{dV}{V} = 0$$

$$dp + \frac{4\tau_w dx}{D} + \rho V dV = 0$$

$$c_p dT + V dV = 0 \quad (8.2)$$

$$\frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dT}{T} = 0$$

$$ds - c_p \frac{dT}{T} + R \frac{dp}{p} = 0$$

Para eliminar  $\tau_w$ , admite-se que a tensão cisalhante na parede correlaciona-se com o fator de atrito local de Darcy  $f$

$$\tau_w = \frac{1}{8} f \rho V^2 = \frac{1}{8} f \gamma p Ma^2 \quad (8.3)$$

onde o último termo vem da expressão da velocidade sônica para gás perfeito  $c^2 = \gamma p / \rho$ .

Dividindo por  $dx$ , as Eqs. (8.2) constituem um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem que podem ser integradas – uma vez conhecidas as condições na entrada  $p_1, T_1, V_1$  etc – para determinar  $p(x), T(x)$  etc. ao longo do duto.

É praticamente impossível eliminar as variáveis de forma a termos uma única equação para  $p(x)$ . Todavia, todas podem ser escritas em termos do número de Mach local  $Ma(x) = V(x)/c(x)$ , assim como do fator de atrito,

$$V^2 = Ma^2 \gamma R T$$

$$\therefore \frac{2dV}{V} = \frac{2dMa}{Ma} + \frac{dT}{T} \quad (8.4)$$

Recombinando as variáveis em (8.2) obtêm-se as relações

$$\frac{dp}{p} = -\gamma Ma^2 \left[ \frac{2 + (\gamma - 1) Ma^2}{4(1 - Ma^2)} \right] f \frac{dx}{D}$$

$$\frac{dp}{\rho} = -\frac{\gamma Ma^2}{2(1 - Ma^2)} f \frac{dx}{D} = -\frac{dV}{V}$$

$$\frac{dp_o}{p_o} = \frac{d\rho_o}{\rho_o} = -\gamma Ma^2 f \frac{dx}{D} = -\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{ds}{c_p} \quad (8.5)$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{\gamma(\gamma - 1) Ma^4}{2(1 - Ma^2)} f \frac{dx}{D}$$

$$\frac{dMa^2}{Ma^2} = \gamma Ma^2 \left[ \frac{2 + (\gamma - 1) Ma^2}{2(1 - Ma^2)} \right] f \frac{dx}{D}$$

$$\frac{ds}{c_p} = \frac{(\gamma - 1) Ma^2}{2} f \frac{dx}{D}$$

Exceto por  $dp_o/p_o$  e  $ds/c_p$ , todas as expressões contêm o fator  $1 - Ma^2$  no denominador; ou seja, assim como nas fórmulas para as variações de área na Tabela 7.1, escoamentos subsônicos e supersônicos geram respostas diferentes, Tabela 8.1.

Como consequência da segunda lei da termodinâmica, note-se que a entropia deve crescer ao longo do duto, tanto para escoamento sub quanto supersônico. Pela mesma

razão, a pressão de estagnação e a massa específica de estagnação devem decrescer.

Aqui o parâmetro chave é o número de Mach. Sendo o escoamento na entrada sub ou supersônico, o número de Mach tende para a unidade a jusante  $Ma=1$ . A Fig. 8.2 mostra a variação da entropia em função do número de Mach para  $\gamma=1,4$ . A entropia máxima ocorre em  $Ma=1$  [ $s=s^*$  em (8.8e)], de forma que a segunda lei requer que as propriedades no duto aproximam-se continuamente do ponto da velocidade sônica. Uma vez que  $p_o$  e  $\rho_o$  decrescem continuamente ao longo do duto – devido às perdas viscosas no escoamento não-isentrópico –, essas propriedades deixam de ser referências úteis. Por isso as propriedades críticas  $p^*$ ,  $T^*$ ,  $\rho^*$ ,  $p_o^*$  e  $\rho_o^*$  passam a ser referências apropriadas no escoamento adiabático com atrito. O modelo permite calcular as razões  $p/p^*$ ,  $T/T^*$  etc. em função do número de Mach local e do atrito.

**Tabela 8.1** Escoamento adiabático – Variação de parâmetros para escoamento subsônico e supersônico

Propriedade	Subsônico	Supersônico
$p$	decrece	crece
$\rho$	decrece	crece
$V$	crece	decrece
$p_o$ e $\rho_o$	decrece	decrece
$T$	decrece	crece
$Ma$	crece	decrece
Entropia	crece	crece

Para chegarmos à uma solução analítica integramos (8.5e) entre  $Mach=Ma$  e  $Mach=1$ , obtendo

$$\frac{\bar{f}L^*}{D} = \frac{1-Ma^2}{\gamma Ma^2} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \ln \frac{(\gamma+1)Ma^2}{2+(\gamma-1)Ma^2} \quad (8.6)$$

onde  $L^*$  é o comprimento do duto para o qual a velocidade é sônica ( $Ma=1$ ), tenha este ponto sido atingido ou não. O fator  $f$  é um valor médio para o atrito viscoso entre 0 e  $L^*$ .

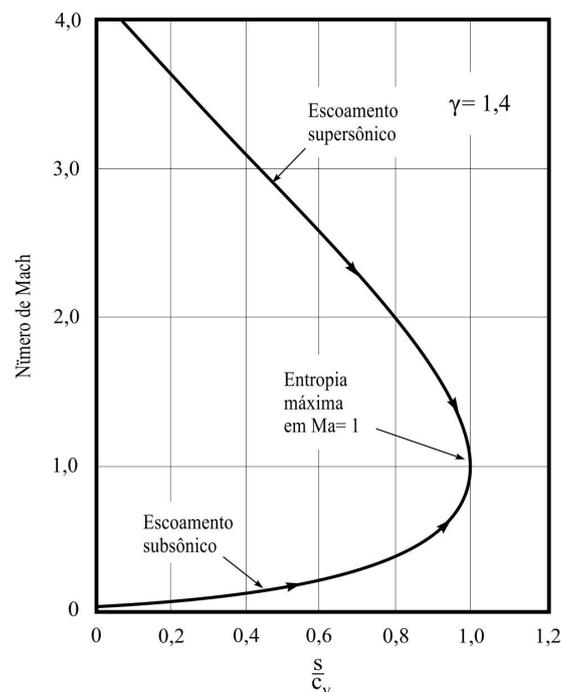
A Eq. (8.6) é assim interpretada:  $L^*$  é o comprimento do duto requerido para desenvolver um escoamento do número de Mach  $Ma$  até a velocidade sônica  $Ma=1$ .

Muitos problemas envolvem dutos curtos onde a velocidade nunca atinge o valor sônico. Nesses casos a solução utiliza as diferenças dos valores “máximos” de  $L^*$ . Por

exemplo, o comprimento  $\Delta L$  necessário para ir de  $Ma_1$  até  $Ma_2$  é calculado por

$$\bar{f} \frac{\Delta L}{D} = \left( \frac{\bar{f}L^*}{D} \right)_1 - \left( \frac{\bar{f}L^*}{D} \right)_2 \quad (8.7)$$

Recomenda-se que o fator de atrito médio seja estimado a partir do diagrama de Moody, ou da equação de Colebrook-White, por exemplo, para um valor médio do número de Reynolds e rugosidade relativa.



**Figura 8.2** Escoamento adiabático num duto com atrito viscoso,  $\gamma=1,4$ . Ref. White, F.M.<sup>1</sup>

Formulas para outras propriedades ao longo do duto podem ser obtidas a partir de (8.5). A Eq. (8.5e) pode ser utilizada para eliminar  $f dx/D$  de todas as outras relações; resultando, por exemplo,  $dp/p$  em função de  $Ma$  e  $dMa^2/Ma^2$ . Por conveniência, cada uma das expressões é integrada de  $(p, Ma)$  até o ponto  $(p^*, 1)$ , resultando no sistema de equações

<sup>1</sup> White, F.M. “Fluid Mechanics”, Cap. 9, McGraw-Hill Book Co.1979.

$$\begin{aligned}
\frac{p}{p^*} &= \frac{1}{Ma} \left[ \frac{\gamma + 1}{2 + (\gamma - 1) Ma^2} \right]^{1/2} \\
\frac{\rho}{\rho^*} &= \frac{1}{Ma} \left[ \frac{2 + (\gamma - 1) Ma^2}{\gamma + 1} \right]^{1/2} = \frac{V^*}{V} \\
\frac{T}{T^*} &= \frac{\gamma + 1}{2 + (\gamma - 1) Ma^2} = \frac{c^2}{c^{*2}} \\
\frac{p_o}{p_o^*} &= \frac{1}{Ma} \left[ \frac{2 + (\gamma - 1) Ma^2}{\gamma + 1} \right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)} = \frac{\rho_o}{\rho_o^*} \\
\frac{s - s^*}{c_p} &= \ln(Ma^2) \left[ \frac{\gamma + 1}{2Ma^2 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2 \right)} \right]^{(\gamma+1)/2\gamma}
\end{aligned} \tag{8.8}$$

Todas essas razões podem ser calculadas sem dificuldade num computador ou, se preferir, tabuladas em função de  $Ma$  para cada valor de  $\gamma$ . Veja Apêndice C.

Para encontrar variações das propriedades entre  $Ma_1$  e  $Ma_2$  não sônicos, produtos das razões podem ser utilizados da seguinte forma

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2/p^*}{p_1/p^*} \tag{8.9}$$

uma vez que  $p^*$  é uma constante de referência para o escoamento.

### **Afogamento Devido ao Atrito Viscoso**

A teoria prevê que no escoamento adiabático viscoso num duto com área constante o número de Mach a jusante tende para a condição sônica (onde a entropia é máxima), não importando o valor do número de Mach da entrada  $Ma^e$ . Existe um certo comprimento de duto  $L^*(Ma^e)$  para o qual o número de Mach na saída será unitário.

O que ocorre se o comprimento real do duto for maior do que o comprimento “máximo” previsto  $L^*(Ma^e)$ ? Neste caso a condição do escoamento precisa mudar, podendo ocorrer duas possibilidades:

### **Escoamento Subsônico na Entrada**

Se  $L_{\text{real}} > L^*(\text{Ma}^e)$ , a vazão terá que ser reduzida para um valor de forma que o número de Mach na entrada  $\text{Ma}^n$  satisfaça a condição  $L_{\text{real}} = L^*(\text{Ma}^n)$ . O escoamento na saída torna-se sônico ( $\text{Ma}^* = 1$ ) e a vazão de massa é reduzida devido ao afogamento por atrito (o número de Mach na entrada é reduzido). Qualquer acréscimo no comprimento do duto provocará maior redução no número de Mach de entrada, assim como para a vazão de massa.

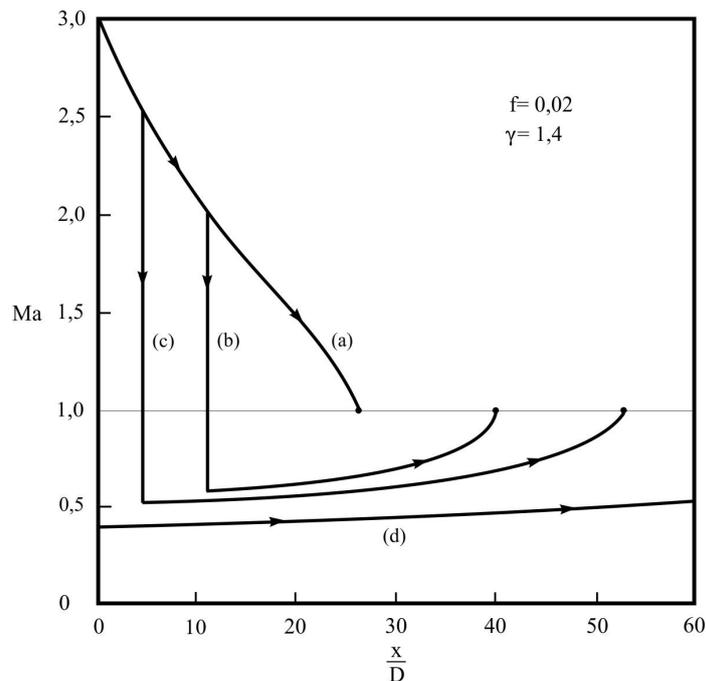
### **Escoamento Supersônico na Entrada**

Atrito tem um enorme efeito sobre escoamento supersônico. Mesmo um número de Mach de entrada infinito será reduzido para velocidade sônica em alguma coisa como 41 diâmetros para  $f = 0,02$ . Alguns valores típicos são mostrados no gráfico da Fig. 8.3 admitindo Mach de entrada  $\text{Ma} = 3$  e  $f = 0,02$ . Para esta condição  $L^* = 26$  diâmetros. Se  $L_{\text{real}}$  for maior do que  $26D$ , o escoamento não afogará, mas um choque-normal existirá em local certo, de tal forma que a condição subsônica a jusante do choque tenderá para sônica na saída. A Fig. 8.3 mostra ainda dois exemplos: para  $L/D = 40$  e  $L/D = 53$ . A medida que o comprimento cresce o choque-normal move-se para montante até que este ocorra na entrada, no caso para  $L/D = 63$ . Subseqüente aumento de  $L$  causará o deslocamento do choque para dentro do bocal supersônico alimentando o duto. De qualquer forma, a vazão de massa manter-se-á constante, como no duto curto, uma vez que, presumivelmente, o bocal de alimentação mantém uma garganta sônica. Eventualmente, um duto muito longo causará afogamento do bocal de alimentação, reduzindo, assim, a vazão de massa. Portanto, o escoamento supersônico muda o padrão do escoamento para  $L > L^*$ , mas não provoca afogamento até que  $L$  seja muito maior do que  $L^*$ .

## **8.2 Escoamento Isotérmico em Duto com Atrito**

A hipótese de escoamento adiabático com atrito é apropriada para dutos relativamente curtos e altas velocidades. Por outro lado, a condição isotérmica com atrito é de interesse para dutos transportando gás a longas distâncias. Embora o número de Mach para tal condição seja normalmente bastante baixo ocorrem consideráveis quedas de pressão devido às grandes distâncias sobre as quais o atrito atua e, assim, o escoamento não pode ser tratado como incompressível. A análise matemática é paralela àquela do escoamento

adiabático, exceto que a equação de energia inclui variações na temperatura de estagnação.



**Figura 8.3** Comportamento de escoamento em duto com condição de entrada supersônica,  $Ma = 3,0$ . (a)  $L/D < 26$ , o escoamento é totalmente supersônico; (b)  $L/D = 40 > L^*/D$ , choque normal em  $Ma = 2,0$  com escoamento subsônico acelerando para sônico na saída; (c)  $L/D = 53$ , choque deve se formar em  $Ma = 2,5$ ; (d)  $L/D > 63$ , escoamento deve ser totalmente subsônico e crítico na saída. Ref. De White, F.M. *op cit.* Fig. 9.15.

Para gás perfeito a equação de energia (2.4.11) pode ser escrita como

$$dQ = c_p dT + VdV = c_p dT_o \quad (8.10)$$

onde  $T_o = T_o(x)$  é a temperatura de estagnação local. Já vimos que variações em  $T_o$  é uma medida direta da quantidade de calor transferida para o sistema, Eq. (7.23).

Aplicado o diferencial de  $T_o$  na Eq. (7.22) e dividindo em seguida por  $T_o$ , notando ainda que  $dT = 0$  (condição isotérmica) chega-se a

$$\frac{dT_o}{T_o} = \frac{(\gamma - 1) Ma^2}{2 + (\gamma - 1) Ma^2} \frac{dMa^2}{Ma^2} \quad (8.11)$$

Para escoamento isotérmico, da equação de estado e da definição do número de Mach

$$Ma^2 = V^2/\gamma RT$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} \quad (8.12)$$

$$\frac{dMa^2}{Ma^2} = 2 \frac{dV}{V}$$

As equações de conservação de massa e quantidade de movimento são as mesmas utilizadas para o escoamento adiabático, Eqs. (8.2). Desta forma obtém-se o sistema análogo a (8.5)

$$\begin{aligned} \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV}{V} = -\frac{1}{2} \frac{dMa^2}{Ma^2} = -\frac{\gamma Ma^2}{2(1-\gamma Ma^2)} f \frac{dx}{D} \\ \frac{dp_o}{p_o} = \frac{\gamma Ma^2 [2 - (\gamma + 1) Ma^2]}{2(\gamma Ma^2 - 1) [2 + (\gamma - 1) Ma^2]} f \frac{dx}{D} \\ \frac{dT_o}{T_o} = \frac{\gamma(\gamma - 1) Ma^4}{(1 - \gamma Ma^2) [2 + (\gamma - 1) Ma^2]} f \frac{dx}{D} \end{aligned} \quad (8.13)$$

Observa-se dessas equações que o sentido da variação das variáveis depende se o escoamento é sub ou supersônico mas, principalmente, se  $\gamma Ma^2$  é menor ou maior do que a unidade, 1. A Tabela 8.2 resume esses resultados.

Note-se que o número de Mach sempre tende para  $1/\gamma^{1/2}$ . Este valor representa o limite para o escoamento isotérmico, similar à condição que  $Ma = 1$  representa o limite para o escoamento adiabático. Quando  $Ma < 1/\gamma^{1/2}$  calor é acrescentado ao fluido. Quando  $Ma > 1/\gamma^{1/2}$  calor é retirado do fluido para garantir temperatura constante.

Integrando (8.13a) entre os limites  $(0, L^+)$  para  $f dx/D$ , e  $(Ma^2, 1/\gamma)$  para  $f(Ma^2) \times dMa^2$  ( $L^+$  o comprimento para chegar a  $Ma^2 = 1/\gamma$  a partir de  $x=0$ );

$$\frac{\bar{f} L^+}{D} = \frac{1 - \gamma Ma^2}{\gamma Ma^2} + \ln \gamma Ma^2 \quad (8.14)$$

**Tabela 8.2** escoamento isotérmico – Variação de parâmetros para escoamento subsônico e supersônico

Propriedade	Subsônico	Sub ou Supersônico
	$Ma < 1/\gamma^{1/2}$	$Ma > 1/\gamma^{1/2}$
p	decrece	crece
$\rho$	decrece	crece
V	crece	decrece
$T_o$	crece	decrece
Ma	crece	decrece
$p_o$	decrece	crece $\rightarrow Ma < [2/(\gamma+1)]^{1/2}$ decrece $\rightarrow Ma > [2/(\gamma+1)]^{1/2}$

### Efeito das Perdas Localizadas

Havendo perdas localizadas entre os pontos inicial e final ( $x=0$  e  $x=L^+$ ) o comprimento  $L^+$  deve considerar todas essas perdas. Ou seja, neste caso, a equação (8.14) deve ser escrita como

$$\frac{\bar{f}L^+}{D} + K_{tot} = \frac{1 - \gamma Ma^2}{\gamma Ma^2} + \ln \gamma Ma^2 \quad (8.14b)$$

onde  $K_{tot}$  representa a soma de todas as perdas localizadas conforme definido no Cap 4. A equação pode ser também reescrita como

$$\frac{\bar{f}(L^+ + L_{eq})}{D} = \frac{1 - \gamma Ma^2}{\gamma Ma^2} + \ln \gamma Ma^2 \quad (8.14c)$$

onde  $L_{eq} = DK_{tot}/\bar{f}$ .

Ou seja, ocorrendo perdas localizadas, o comprimento real do duto que levará à condição de afogamento será inferior àquele calculado sem a presença das perdas localizadas. A redução no comprimento para esses caso é exatamente o valor do comprimento equivalente à soma das perdas localizadas entre  $x=0$  e  $x=L^+$ .

### Afogamento Devido ao Atrito Viscoso

A teoria prevê que no escoamento isotérmico viscoso num duto com área constante o número de Mach a jusante tende não para a condição sônica, mas para um valor crítico

$Ma_{crit} = 1/\gamma^{1/2}$ , inferior ao valor sônico, não importando o valor do número de Mach da entrada  $Ma^e$ . Existe um certo comprimento do duto  $L^+(Ma^e)$  para o qual o número de Mach da saída será igual a  $1/\gamma^{1/2}$ . Se o comprimento real do duto for maior do que o comprimento “máximo” previsto para  $L^+(Ma^e)$  a condição do escoamento precisa mudar.

### **Escoamento Subsônico na Entrada**

Se  $L_{real} > L^+(Ma^e)$ , a vazão será reduzida para o ponto em que o número de Mach de entrada  $Ma^n$  tal que  $L_{real} = L^+(Ma^n)$ . O escoamento na saída será crítico ( $Ma=1/\gamma^{1/2}$ ) e a vazão de massa será reduzida pelo afogamento por atrito. Qualquer acréscimo no comprimento do duto provocará maior decréscimo no número de Mach de entrada, assim como na vazão de massa.

Entretanto, deve-se ter em mente que, quando o escoamento subsônico aproxima-se do valor crítico todas as propriedades do fluido mudam rapidamente com a distância; a menos que calor seja transferido, o processo nesta região tenderá a ser mais adiabático do que isotérmico. Em  $Ma= 1/\gamma^{1/2}$  as Eqs. (8.13c) e (8.10) indicam a necessidade de adição de calor infinito por unidade de comprimento; portanto, este limite é artificial e fisicamente irreal.

### **Escoamento Supersônico na Entrada**

O processo é similar àquele que ocorre no escoamento adiabático. Ver detalhes no parágrafo anterior §8.1.

### **Vazão em Função da Pressão no Escoamento Isotérmico**

Um resultado interessante da análise isotérmica é a relação exata entre queda de pressão e vazão no duto. Em contraste o mesmo é impossível no escoamento adiabático onde o problema de estimar a vazão de massa só pode ser resolvido por um processo iterativo.

Definimos o fluxo de massa por unidade de área do duto

$$G = \frac{\dot{m}}{A} = \rho V \quad (8.15)$$

Substituindo  $V^2 = G^2/(p/RT)^2$  na Eq. (8.2b) obtém-se para a equação de quantidade de movimento

$$\frac{p dp}{G^2 R_g T} + \frac{1}{2} f \frac{dx}{D} + \frac{dV}{V} = 0 \quad (8.16)$$

De (8.2a) e (8.2d), com  $dT=0$ , esta equação torna-se

$$\frac{p dp}{G^2 R_g T} + \frac{1}{2} f \frac{dx}{D} - \frac{dp}{p} = 0 \quad (8.17)$$

Uma vez que  $G^2 R T$  é constante para escoamento isotérmico permanente, a equação pode ser integrada no intervalo  $(x,p) = (0, p_1)$  até  $(L, p_2)$ , resultando

$$G^2 = \left( \frac{\dot{m}}{A} \right)^2 = \frac{p_1^2 - p_2^2}{R_g T \left[ \bar{f}(L + L_{eq})/D + 2 \ln(p_1/p_2) \right]} \quad (8.18)$$

Assim temos uma expressão explícita para a vazão de massa em função da queda de pressão no duto. Note o termo  $L_{eq}$  para as perdas localizadas,  $L_{eq} = DK_{tot}/\bar{f}$ .

### Condição de Afogamento

A Eq. (8.18) mostra uma dificuldade, com o número de Mach eliminado, não é possível reconhecer a condição de afogamento. Portanto, deve ser verificado o realismo físico da solução ao utilizar (8.18). Isto é feito calculando o número de Mach  $Ma_s$  na saída de forma a garantir que este não seja superior ao valor crítico; i.e.  $Ma_s < 1/\gamma^{1/2}$  para a condição de entrada subsônica.

O número de Mach na saída,  $Ma_s$ , pode ser calculado uma vez que a vazão de massa é conhecida após ter sido calculada por (8.18)

$$Ma_s = \frac{V_s}{c_s} = \frac{G}{(p_s/R_g T_s) \sqrt{\gamma R T_s}} = \frac{G}{p_s} \sqrt{\frac{R T_s}{\gamma}} \quad (8.19)$$

onde  $p_s$  é a pressão de saída. Portanto, para condição de entrada subsônica em dutos longos, a seguinte condição deve ser satisfeita na saída

$$Ma_s = \frac{G}{p_s} \sqrt{\frac{R_g T_s}{\gamma}} < \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \quad (8.20)$$

ou

$$\frac{G}{p_s} \sqrt{R_g T_s} < 1 \quad (8.21)$$

### Vazão Volumétrica

É usual em escoamento de gás expressar a vazão no duto em termos da vazão volumétrica para condição padrão ( $p^{std} = p_{atm}$  e  $T^{std} = 20 \text{ °C}$  no Brasil). Portanto

$$\dot{m} = \rho VA = GA = (\rho Q)^{std} = \left( \frac{pQ}{ZR_g T} \right)^{std}$$

ou

$$Q^{std} = \frac{AR_g Z^{std} T^{std} G}{p^{std}} \quad (8.22)$$

Combinando (8.18) e (8.22)

$$Q^{std} = \frac{AR_g Z^{std} T^{std}}{p^{std}} \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{R_g T \left[ \bar{f}(L + L_{eq})/D + 2 \ln(p_1/p_2) \right]}} \quad (8.23)$$

### Energia Transportada pelo Gás — Poder Calorífico

O poder calorífico de um gás é a energia química liberada quando uma unidade do combustível é queimada com oxigênio sob certa condição. Metano, por exemplo, tem um poder calorífico em torno de 1010 Btu/ft<sup>3</sup> (37.620 kJ/m<sup>3</sup>) na condição padrão. Se denominarmos por  $\Gamma_g$  o poder calorífico do gás (naturalmente nas unidades apropriadas, como J/m<sup>3</sup> no sistema SI), a energia transportada será

$$W_g = \Gamma_g Q^{std} \quad (8.24)$$

Observe que para o sistema SI temos para esta equação a identidade: watts= J/s = (J/m<sup>3</sup>)×(m<sup>3</sup>/s). Portanto,  $W_g$  expressa a quantidade de energia transportada por unidade de tempo (potência) pelo duto. Deve-se ter em conta que o poder calorífico reflete tão somente a quantidade de energia liberada numa queima completa do gás. Até aqui não foi feita nenhuma referência ao rendimento termodinâmico da planta, ou do sistema, que recebe o gás e o transforma em energia útil, como eletricidade, por exemplo. A energia disponível  $W_e$ , ou efetiva, da planta é então obtida pela expressão

$$W_e = \eta_p W_g = \eta_p \Gamma_g Q^{std} \quad (8.25)$$

onde  $\eta_p$  representa o rendimento termodinâmico global da instalação.

Um gasoduto com vazão de  $1 \times 10^6$  Nm<sup>3</sup>/d de gás natural, e poder calorífico de  $37 \times 10^6$  J/m<sup>3</sup>, transporta 428 Mw ( $=1 \times 10^6 \times 37 \times 10^6 / 86400$ ). Por outro lado, uma moderna usina termelétrica, consumindo gás natural num ciclo simples apresenta um rendimento na faixa de 40% a 42%. Logo, para esta situação, 1 milhão de Nm<sup>3</sup>/d de gás natural produz cerca de 175 Mw de potência elétrica ( $175 \times 10^6 \approx 0,41 \times 10^6 \times 37 \times 10^6 / 86400$ ). A usina de Itaipú, por exemplo, tem hoje (2024) uma potência instalada aproximada de 14.000 Mw (20 turbinas de 700 Mw). Equivale, portanto, ao consumo de gás natural em torno de 80 MMm<sup>3</sup>/d ( $=14.000 \times 10^6 / 175 \times 10^6$ ). Em resumo, para um rendimento de 41%, o equivalente energético para o gás natural para usinas modernas no Brasil é, aproximadamente, de *1 MMm<sup>3</sup>/dia  $\approx$  175 MWatts (5,7 MMm<sup>3</sup>/dia-GWatts).*

Turbinas a gás modernas estão na faixa de 110 a 330 Mw. Centrais termelétricas têm como vantagens prazos não muito elevados para amortização e flexibilidade para atender demandas de ponta de carga em horários de pico de consumo, por exemplo.

Estados com maior parque termelétrico no país em 2022 foram: São Paulo (9,01 GW), Rio de Janeiro (6,67 GW), Maranhão (2,86 GW), Minas Gerais (2,81 GW), Mato Grosso do Sul (2,4 GW), Rio Grande do Sul (2,2 GW) e Amazonas (2,09 GW) <sup>2</sup>.

Já em 2021 os maiores produtores de energia termelétrica foram: Rio de Janeiro, São Paulo, Maranhão, Amazonas e Santa Catarina. Termelétricas foram responsáveis então por cerca de 29% da energia elétrica gerada em 2021, crescimento principalmente provocado pela Crise hídrica de 2020–2021. Neste período as fontes de energia assim se distribuíram: a) hidráulica 55,3%; b) termelétrica 29%, c) eólicas 11%; d) solar 2,6%; e)

---

<sup>2</sup> Ref. <https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/balanco-energetico-nacional, 05/2023>

nuclear 2,1%.

Em 2023 a potência instalada de geração de energia elétrica no Brasil ficou assim subdividida: Hidráulica 54,3% termelétrica 24,2 %, eólica 13,1%, solar 3,7%, nuclear 2,1%, outras 2,3%. Em 2023 havia 3135 empreendimentos gerando energia por termelétricas com potência instalada de 197 MW. Outros 46 se encontravam em construção para acrescentar mais 4,09 MW

### 8.3 Escoamento Isotérmico de um Fluido Real

Neste parágrafo analisamos o comportamento de gás real em dutos longos. Como já mencionado, a hipótese de temperatura aproximadamente constante ao longo do duto é a mais realista para este caso. A modelagem segue a mesma linha daquela desenvolvida para a hipótese de gás ideal. Generalizando o modelo um passo adiante, incluímos na equação de quantidade de movimento (ou energia mecânica) o termo relativo à energia gravitacional ( $\rho gz$ ), permitindo, desta forma, a utilização dos resultados para dutos passando por regiões montanhosas onde o efeito da gravidade pode ser significativo.

#### Comportamento de Gás Real

Gás à pressões moderadas para alta não se comporta como ideal, sendo denominado *gás real*. Nesse caso a equação de estado é escrita incluindo-se o *fator de compressibilidade*  $Z$ , que representa o desvio da idealidade do gás

$$p = Z\rho RT \quad (8.26)$$

$Z$  varia com a pressão e temperatura, podendo ser medido e tabulado para vários gases, ou deduzido teoricamente. Van der Waals foi pioneiro apresentando uma nova equação no final do século XIX numa tentativa de aperfeiçoar a equação dos gases perfeitos. Hoje existem mais de cem *equações de estado* para gases em geral — ver detalhes no Apêndice B— *Comportamento de Gases Reais*.

#### Vazão em Função da Pressão no Escoamento Isotérmico

Analisemos o escoamento de um gás real num duto longo sob a hipótese de temperatura uniforme. Dividindo a equação de energia mecânica (2.4.21) por  $V^2$  obtém-se a forma

diferencial

$$\frac{dp}{\rho V^2} + \frac{1}{2} f \frac{dx}{D} + \frac{dV}{V} + g \frac{dz}{V^2} = 0 \quad (8.27)$$

onde  $z$  é a elevação relativa a um referencial (nível do mar, por exemplo) e a variável  $x$  continua sendo medida ao longo da linha de centro do duto.

Lembrando que  $V^2 = G^2 / (p / Z R_g T)^2$ , eliminando  $dV/V$  na equação da continuidade (8.2a), assim como da equação de estado (8.26), com  $dT = 0$ ,

$$\frac{p dp}{G^2 Z R_g T} + \frac{1}{2} f \frac{dx}{D} + \frac{dZ}{Z} - \frac{dp}{p} + \frac{1}{G^2} \left( \frac{p}{Z R_g T} \right)^2 g dz = 0 \quad (8.28)$$

Embora  $R_g T$  seja constante,  $Z = Z(p, T)$  não o é, uma vez que a pressão e a temperatura variam. Para integrar a equação é utilizado um valor médio de  $Z_m(p_m, T_m)$  e retirado o fator da integral. Desta forma, integrando  $(p, x)$  entre  $(p_1, 0)$  e  $(p_2, L)$ , admitindo ainda que a integral do termo gravitacional pode ser aproximada igualmente por um valor médio da pressão (o que não é verdadeiro para poços verticais muito profundos, por exemplo)

$$G^2 = \frac{p_1^2 - p_2^2 - 2 \left( \frac{p_m}{Z_m R_g T_m} \right)^2 g (z_2 - z_1)}{Z_m R_g T_m \left[ f_m (L + L_{eq}) / D + 2 \ln [(p_1 Z_2) / (p_2 Z_1)] \right]} \quad (8.29)$$

Apesar da hipótese isotérmica, o escoamento raramente ocorre sob condição de temperatura constante. Por isso  $T_m$  deve ser considerado como o valor médio para a temperatura entre os pontos 1 e 2. De forma análoga  $p_m$  é uma pressão média calculada entre os dois pontos e o fator de compressibilidade  $Z_m$  é calculado para os valores médios  $(p_m, T_m)$ . O fator de atrito  $f_m$  deve ser estimado a partir de um valor médio em função dos números de Reynolds. Em resumo, os valores médios recomendados estão apresentados nas expressões a seguir

$$\begin{aligned} p_m &= \frac{2}{3} \left[ p_1 + p_2 - \frac{p_1 p_2}{p_1 + p_2} \right] & ; & & T_m &= \frac{T_1 + T_2}{2} \\ Z_m &= Z(p_m, T_m) & ; & & f_m &= \frac{f_1 + f_2}{2} \end{aligned} \quad (8.30)$$

Para dutos longos o termo logaritmo é em geral pequeno quando comparado com o termo de atrito, sendo usualmente desprezado na literatura internacional (representa a variação de energia cinética entre os dois pontos). Entretanto, tendo em vista a utilização de computadores hoje em dia, recomenda-se a manutenção deste termo nos cálculos de  $G^2$  na Eq. (8.29) ou  $Q^{std}$ , conforme mostrado a seguir

Por outro lado, ignorando por ora o termo logaritmo, a vazão de massa, para um duto de seção reta circular é dada pela expressão

$$\dot{m} = GA = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{1}{f_m}} \sqrt{\frac{\left[ p_1^2 - p_2^2 - 2 \left( \frac{P_m}{Z_m R_g T_m} \right)^2 g(z_2 - z_1) \right] D^5}{(L+L_{eq}) Z_m R T_m}} \quad (8.31)$$

Finalmente, a vazão volumétrica, para condição padrão, é obtida dividindo-se esta equação pela massa específica padrão, Eq. (8.22),

$$Q^{std} = \frac{\pi}{4} \frac{\sqrt{R_g} Z^{std} T^{std}}{p^{std}} \sqrt{\frac{1}{f_m}} \sqrt{\frac{\left[ p_1^2 - p_2^2 - 2 \left( \frac{P_m}{Z_m R_g T_m} \right)^2 g(z_2 - z_1) \right] D^5}{(L+L_{eq}) Z_m T_m}} \quad (8.32)$$

### Condição de Afogamento

De forma análoga à restrição para condição de afogamento para escoamento de gás ideal, §8.2 e Eq. (8.20), o escoamento de gás real deve atender à condição a seguir (subscritos refere-se à saída), Eqs. (8.19-8.21),

$$Ma_s = \frac{V_s}{c_s} = \frac{G}{p_s} \sqrt{\frac{Z_s R_g T_s}{\gamma}} < \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \quad \text{ou} \quad \frac{G}{p_s} \sqrt{Z_s R_g T_s} < 1 \quad (8.33)$$

### Velocidade e Pressão do Gás no Duto

A equação para determinar a velocidade local do gás é obtida diretamente da equação de continuidade (8.22) com  $G = \rho(x)V(x)$

$$V(x) = V(p, T) = \frac{ZT}{p} \left( \frac{p}{ZT} \right)^{std} \frac{Q^{std}}{A} \quad (8.34)$$

Logo, a velocidade é mínima no ponto de maior pressão, normalmente na entrada do duto e, vice-versa, máxima no ponto de menor pressão, final do duto.

A pressão  $p(x)$  é determinada a partir da Eq.(8.32) – resolvendo para  $p_2 = p(x)$  –, para condição de entrada e vazão especificadas. Note que, em geral,  $Z^{std} \approx 1$ .

### Número de Reynolds

O número de Reynolds necessário para calcular o fator de atrito ao longo do duto pode ser facilmente estimado a partir da condição padrão

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{\rho^{std} Q^{std} D}{\mu A} = \frac{4}{\pi} \frac{\rho^{std} Q^{std}}{\mu D} \quad (8.35)$$

onde a viscosidade para gás natural na condição padrão é admitida aproximadamente igual a  $\mu = 1,076 \times 10^{-5}$  Pa-s [cf. também (1.4.31), §1.4.5].

### Velocidade de Erosão<sup>3</sup>

Quando um fluido escoar em alta velocidade num duto pode causar tanto vibração quanto erosão. A erosão é provocada por cavitação (colapso de bolhas) ou projeção de líquido ou partículas sólidas sobre a parede do duto. Se a velocidade exceder um valor limite, denominado velocidade de erosão  $V_{ers}$ , a integridade estrutural do duto pode correr risco após algum tempo. Isto é especialmente verdadeiro para escoamento de gás a altas velocidades, excedendo 20 m/s. Erosão não é um problema particular de poços produzindo óleo e areia, por exemplo, ela ocorre também em gasodutos. Por isso recomenda-se controlar a velocidade do gás em dutos, limitando-a de tal forma que  $V_{max} \approx \beta V_{ers}$ , onde  $\beta \approx 0,40 - 0,50$ , Mohitpour, *op. cit.*

Por outro lado não é possível determinar com precisão a velocidade com que tem início o processo de erosão; se partículas sólidas estão presentes, como areia, a erosão pode ocorrer a velocidades relativamente baixas. Uma recomendação aceita pela indústria

---

<sup>3</sup> Beggs, H.D., “Production Optimization Using Nodal Analysis”, Cap. 3, OGC Publications, Tulsa, OK, USA, 1991.

de petróleo é a proposta de 1981 do American Petroleum Institute<sup>4</sup>, onde a velocidade de erosão é correlacionada com a massa específica do gás pela seguinte expressão empírica

$$V_{ers} = \frac{C}{\sqrt{\rho}} = \frac{C}{\sqrt{p/ZR_g T}} \quad \text{com} \quad C = 120 \quad (8.36)$$

com todas as variáveis definidas no sistema SI, então  $V_{ers}$  em m/s. Valores em diversos países podem variar para a constante C no intervalo  $70 < C < 150$ , aproximadamente<sup>5</sup>.  $C = 120$  é adotado por diversas empresas no Brasil (em 2010).

### Queda de Pressão Ótima para Projeto<sup>5</sup>

O gradiente de pressão (queda de pressão por unidade de comprimento) ótimo é um fator importante para projeto do sistema sob o ponto de vista de custo. Manter a queda de pressão ótima ao longo de cada segmento é imperativo para minimizar as despesas operacionais e de instalação (incluído o duto, compressores e custos de combustível).

Alguns estudos têm mostrado que uma queda de 10 a 25 kPa/km está próximo do ponto ótimo. Isto significa que, para um gasoduto concluído, os gradientes de pressão em todas as seções devem estar dentro deste intervalo. Portanto, a seguinte condição deve ser satisfeita para o gradiente de pressão

$$10 < \frac{dp}{dx} < 25 \quad (\text{kPa/km}) \quad \text{ou} \quad 10 < \frac{dp}{dx} < 25 \quad (\text{bar}/100 \text{ km}) \quad (8.37)$$

Gradientes de pressão superiores a 25 kPa/km exigirão maior fator de carga para os compressores, requerendo maior consumo de combustível. Além disso, gradientes de pressão excessivos tenderão a introduzir maior potencial para problemas operacionais. Gradientes de pressão inferiores a 10 kPa/km indicam que foram instaladas estações de compressão em excesso<sup>6</sup>, ou o diâmetro do duto é grande demais.

---

<sup>4</sup> RP14E, “Recommended Practice for Design and Installation of Offshore Production Platform Piping System”, 3<sup>rd</sup>. Ed., American Petroleum Institute (API), Washington DC, 1981.

<sup>5</sup> Mohitpour, M., et al., “Pipeline Design & Construction - A Practical Approach”, Cap. 3, ASME Press, N.Y., USA, 2000.

<sup>6</sup> Hugues, T., “Optimum Pressure Drop Projects”, Facilities Planning Department Internal Reports, NOVA, Gas Transmission Lmted., Calgary, Canada, 1993.

## Estocagem (Inventário) de Gás no Duto

Uma importante informação para operadores de gasodutos tem a ver com a quantidade de gás disponível num trecho em determinado instante. Para estimá-la é necessário obter a integral da distribuição de massa entre dois pontos arbitrários

$$M_{ab} = \int_a^b \rho dV = \int_a^b \frac{P}{ZR_g T} A dx = \int_a^b f(x) dx \quad (8.38a)$$

onde a pressão e a temperatura são função de  $x$  e o fator de compressibilidade, sendo função dessas duas variáveis, é uma função de  $x$  também. A variável  $A$  representa a área da seção transversal interna que, igualmente, pode variar ao longo de  $x$ . Portanto, para se obter o valor da massa total de gás é necessário realizar uma integral numérica da função indicada nesta equação. Isto pode ser feito por diversas técnicas de integração numérica, como a fórmula estendida de Simpson<sup>7</sup>, por exemplo, por ser simples e bastante precisa, com erro =  $O(1/n^4)$ . A fórmula para a integral entre os pontos “ $a$ ” e “ $b = a + 2nh$ ”, onde o intervalo “ $b - a$ ” é subdividido em  $2nh$  subintervalos (um número par de subintervalos) é

$$I = \int_a^{a+2nh} f(x) dx = \frac{h}{3} [f(a) + 4f(a+h) + 2f(a+2h) + 4f(a+3h) + \dots + f(a+2nh)] \quad (8.38b)$$

onde os parâmetros  $f(a)$ ,  $f(a+h)$ ,  $f(a+2h)$ , ... representam a avaliação da função  $f(x)$  nos pontos  $x=a$ ,  $x=a+h$ ,  $x=a+2h$  etc.

Uma expressão simples para pequenas distâncias, quando  $f(x)$  não varia muito, pode ser obtido para dois intervalos em (8.38b),  $h = (b-a)/2$ ,

$$M_{ab} = \frac{b-a}{3} [f(a) + 4f(a+h) + f(b)] \quad (8.38c)$$

O volume total de gás entre as duas seções na condição padrão será então

$$V_p^{std} = \frac{M_{ab}}{\rho^{std}} \quad (8.39)$$

---

<sup>7</sup> Hoffman, J.D., “Numerical Methods for Engineers and Scientists”, Chap.6, CRC Press, 2<sup>nd</sup>. Edition, 2001.

Observe que a condição termodinâmica em cada ponto de discretização tem que ser conhecida. O resultado será tão mais preciso quanto menor for o subintervalo  $h$ . De novo, o cálculo não oferece qualquer dificuldade utilizando-se um computador; ver Ex.8.6.

#### 8.4 Equações Práticas para Escoamento em Gasoduto

Ao longo dos anos projetistas de gasodutos procuraram expressões que melhor ajustassem às condições observadas para a vazão em função dos diversos parâmetros do escoamento. Nessas aplicações há uma clara distinção entre os modelos aplicados para escoamento *totalmente turbulento*, ou *hidraulicamente rugoso*, e escoamento *parcialmente turbulento*. O primeiro refere-se à situação em que a rugosidade do duto não pode deixar de ser considerada no cálculo do coeficiente de atrito  $f$ , regime caracterizado pela condição  $Re > Re_{\epsilon}$ , onde  $Re_{\epsilon}$  é o número de *Reynolds de transição*, definido pela equação  $Re_{\epsilon} = 200/[(\epsilon/D)\sqrt{f}]$ , §3.2.6. Para esta condição o fator de atrito é função exclusivo da rugosidade relativa. Por outro lado, no escoamento parcialmente turbulento  $Re < Re_{\epsilon}$ , situação em que o fator de atrito depende também do número de Reynolds.

Nove modelos são apresentados a seguir, incluindo uma breve descrição das restrições e recomendações da indústria.

**Weimouth.** Normalmente utilizado para grandes vazões, grandes diâmetros (maiores do que NPS-24) e sistemas sob altas pressões. A equação tende a superestimar as previsões de queda de pressão e apresenta grau inferior de precisão relativo às outras equações. Por uma questão de segurança é também utilizado no cálculo da distribuição de gás em redes urbanas para previsão de queda de pressão, Mohitpour, *op. cit.*

**Panhandle-A.** Utilizado para vazões moderadas em diâmetros médios a relativamente grandes (dutos menores do que NPS 24), operando sob pressões médias a altas e número de Reynolds na faixa de 5 a 11 milhões, Menon<sup>8</sup>. O fator de transmissão  $C_T = 1/\sqrt{f}$  não inclui o termo devido à rugosidade, refletindo sua aplicação primordial para escoamento parcialmente turbulento.

**Panhandle-B.** Utilizado para vazões elevadas, grandes diâmetros (dutos maiores do que NPS 24) e sistemas com altas pressões. Como no caso da fórmula de Panhandle-A o fator de transmissão inclui o termo função do número de Reynolds. O modelo é particularmente preciso para número de Reynolds na faixa de 4 a 40 milhões, Menon, *op.*

---

<sup>8</sup> Menon, E.S., "Gas Pipeline Hydraulics", 1ª Ed., Taylor & Francis Group, USA, 2005.

*cit.*

**AGA-A.** Modelo cujos resultados dependem muito do número de Reynolds. É utilizado para vazões médias, diâmetros médios (dutos menores do que NPS 24) e sistemas sob alta pressão em escoamento parcialmente turbulento. O fator de transmissão é, em geral, mais baixo do que o da equação de Panhandle-A para valores de Reynolds baixos,  $Re < 5 \times 10^5$ .

**AGA-B.** Modelo mais recomendado e mais utilizado para sistemas sob alta pressão e altas vazões em dutos com diâmetros médio para grande (maiores do que NPS 24) e escoamento totalmente turbulento. A equação prevê a vazão e a queda de pressão com alto grau de precisão, especialmente se a rugosidade efetiva utilizada tiver sido medida com precisão, Menon, *op. cit.*.

**Mueller e IGT.** O modelo de Mueller utiliza um fator de transmissão aproximadamente igual ao de AGA-A para Reynolds baixos, até  $4 \times 10^4$ . Por outro lado, para o modelo IGT, o fator de transmissão é muito próximo da equação de AGA-A para valores de Reynolds acima deste limite, i.e. para  $Re > 4 \times 10^4$ . Coelho e Pinho<sup>9</sup> sugerem que as equações de Mueller e IGT são boas alternativas para a equação AGA-A.

**Fritzsche.** O modelo foi desenvolvido na Alemanha no início do século XX, sendo largamente utilizado em linhas de ar comprimido e de gás. O comportamento geral da equação é similar ao de AGA-A, Coelho *et al.*, *op. cit.*

**Teórico.** Equação fundamental para o cálculo da vazão a partir da qual os outros modelos se baseiam. Utilizando-se o fator de transmissão adequado tende a satisfazer a maioria das situações práticas.

Iniciamos reescrevendo a Eq. (8.32), doravante denominada por *Modelo Teórico*, e introduzindo a densidade relativa do gás [ $\lambda_g = M_{gas}/M_{ar} = R_{ar}/R_{gas}$ ]

$$Q^{std} = \frac{\pi \sqrt{R_{ar}}}{4} \frac{Z^{std} T^{std}}{p^{std}} \frac{1}{\sqrt{f_m}} \left[ \frac{p_1^2 - p_2^2 - 2\lambda_g^2 g(z_2 - z_1) \left( \frac{p_m}{Z_m R_{ar} T_m} \right)^2}{\lambda_g (L + L_{eq}) Z_m T_m} \right]^{0,5} D^{2,5} \quad (8.40)$$

O cálculo da vazão para os oito modelos anteriores tem origem nesta equação.

---

<sup>9</sup> Coelho, P.M., Pinho, C., “Considerations About Equations for Steady State Flow in Natural Gas Pipelines”, J. Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng, Vol. XXIX, 3, 262-273, 2007.

Reescrevemos (8.40) e introduzindo seis coeficientes ( $\eta, C_1, C_2, a, b, c$ )

$$Q^{std} = \eta C_1 C_2 \frac{Z^{std} T^{std}}{p^{std}} \left[ \frac{p_1^2 - p_2^2 - 2\lambda_g^2 g(z_2 - z_1) \left( \frac{P_m}{Z_m R_{ar} T_m} \right)^2}{\lambda_g^a (L + L_{eq}) Z_m T_m} \right]^b D^c \quad (8.41)$$

Todas as variáveis são avaliadas no sistema SI de unidades, enquanto as pressões e temperaturas referem-se aos valores absolutos, ( $p = p_{man} + p_{atm}$  e  $T = 273,16 + ^\circ C$ ). Logo, as unidades utilizadas são: vazão  $Q$  ( $Nm^3/s$ ), pressão  $p$  (Pa), temperatura  $T$  (K), comprimento  $L$  (m), elevação  $z$  (m), constante do ar  $R_{ar}$  ( $m^2/s^2 \cdot K$ ), densidade relativa do gás  $\lambda_g$  (-). A vazão  $Q^{std}$  refere-se à condição padrão (no Brasil,  $p = p_{atm}$  e  $T = 20^\circ C$ ), enquanto  $p_1$  e  $p_2$  são as pressões a montante e a jusante, respectivamente.

Destaque-se que a vazão para uma instalação real tende ser inferior àquela sugerida por (8.41) devido às perdas adicionais provocadas por componentes como válvulas, curvas e flanges, assim como outros efeitos, como corrosão e a presença de sólidos (poeiras e partículas de corrosão). Para considerar essas perdas adicionais é introduzido o *fator de eficiência*  $\eta$  que, em geral, assume um valor no intervalo  $0,8 < \eta < 1,0$ , podendo chegar a  $0,7 < \eta < 1,0$  nas instalações mais antigas, Coelho, *op. cit.*

A Tabela 8.3 resume os coeficientes adotados pelos diversos modelos. A última coluna registra as expressões utilizadas para cálculo do fator  $C_2$  para o modelo específico resultante da aplicação do *fator de transmissão*  $C_T = 1/\sqrt{f_m}$ . Nos modelos teórico, AGA-A e AGA-B,  $C_2$  é uma função explícita de  $f$ . Nos outros seis casos os valores dessas funções estão embutidas em  $C_1$ , com  $C_2 = 1$ . O coeficiente  $C_f$  na expressão para o coeficiente de atrito para AGA-A é um fator utilizado para compensar perdas devidas a curvas, soldas etc, tendo um valor recomendado na faixa ( $0,90 < C_f < 1,0$ ). O parâmetro  $\epsilon$  é a rugosidade absoluta do duto.

**Tabela 8.3** Coeficientes para diversos modelos de escoamento - Eqs. (8.41) e (8.48)

Modelo	Coeficientes				
	C <sub>1</sub>	a	b	c	C <sub>2</sub> =
Teórico	13,305	1,0	0,5	2,5	$1/\sqrt{f} = Coleboork$
Weimouth	137,32	1,0	0,5	2,6667	1,0
Panhandle-A	99,51	0,8539	0,5394	2,6182	1,0
Panhandle-B	137,24	0,9608	0,5100	2,5300	1,0
IGT	88,06	0,8000	0,5555	2,6667	1,0
Mueller	87,51	0,7400	0,5747	2,7240	1,0
Fritzsche	94,26	0,8580	0,5382	2,6911	1,0
AGA-A	13,303	1,0	0,5	2,5	$2 C_f \log_{10}(Re \sqrt{f}/2,51)$
AGA-B	13,303	1,0	0,5	2,5	$2 \log_{10}(3,7D/\epsilon)$

### Equação Característica e Distribuição de Pressão

Em função do resultado sugerido pela Eq. (8.41) é interessante escrever a equação característica – pressão vs. vazão – para o escoamento compressível num duto. Para tornar a expressão mais simples ignoraremos os efeitos gravitacionais (freqüentemente são pequenos). Da Eq. (8.41)

$$p_1^2 - p_2^2 = Grav + K_T Q_{std}^{1/b} \quad (8.42)$$

onde os coeficientes de gravidade e resistência são definidos [ $p_m$  de (8.30)]

$$Grav = 2 \lambda_g^2 g (z_2 - z_1) \left( \frac{p_m}{Z_m R_{ar} T_m} \right)^2 \quad e \quad K_T = \frac{\lambda_g^a L Z_m T_m}{\left[ \eta C_1 C_2 \frac{T_{std}}{p_{std}} D^c \right]^{1/b}} \quad (8.43)$$

Desprezando o efeito gravitacional a curva característica torna-se

$$p(Q)^2 = p_1^2 - K_T Q^{1/b} \quad (8.44)$$

onde a vazão Q é expressa na condição padrão e a pressão calculada num ponto genérico, distante L unidades de comprimento da seção-1, ver  $K_T$  em (8.43).

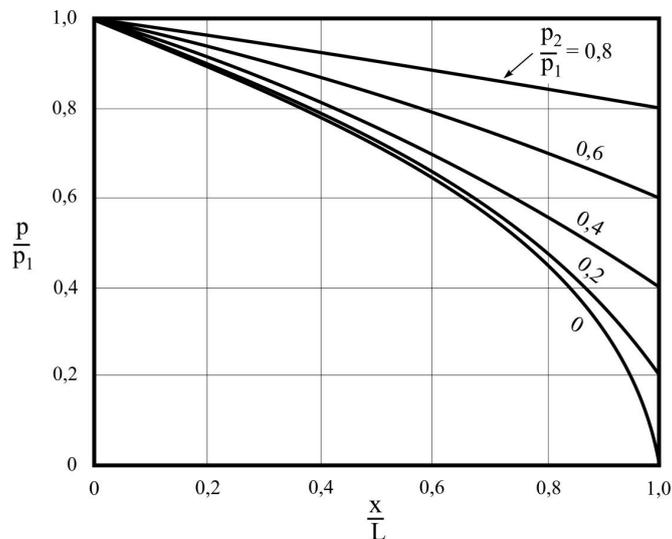
Outro resultado interessante é a distribuição de pressão ao longo do duto. Admitindo que as condições permaneçam constantes, e que o diâmetro também seja constante, da combinação das duas últimas equações

$$\left[ \frac{p(x)}{p_1} \right]^2 = 1 - K_q \frac{x}{L} \quad \text{com} \quad K_q = \frac{\lambda_g^a Z_m T_m L Q_{std}^{1/b}}{p_1^2 \left[ \eta C_1 C_T \frac{T_{std}}{p_{std}} D^c \right]^{1/b}} \quad (8.45)$$

Em função das pressões de entrada e saída,  $p_1$  e  $p_2$ , (8.45) pode ser escrito como

$$\frac{p(x)}{p_1} = \sqrt{1 - \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^2 \right] \frac{x}{L}} \quad (8.46)$$

Este resultado está mostrado na Fig. 8.4 para diversos valores da razão  $p_2/p_1$ . O gráfico indica que para  $p_2/p_1$  superior a 0,60 a distribuição de pressão ao longo do gasoduto é quase linear, um comportamento próximo de fluido incompressível, como líquidos, embora nitidamente parabólico. Todavia, para quedas de pressão mais acentuadas as curvas se afastam consideravelmente desta situação, realçando os efeitos da compressibilidade do fluido.



**Figura 8.4** Distribuição de pressão num gasoduto para diversos valores da razão entre a pressão de saída e de entrada ( $p_2/p_1$ ). Ação da gravidade desprezada.

### Cálculo do Diâmetro

Um problema comum na fase de projeto de um gasoduto consiste na determinação do diâmetro, conhecidos os outros parâmetros. Neste caso a solução é obtida diretamente da Eq. (8.41)

$$D^c = \frac{Q^{std}}{\eta C_1 C_2 \frac{T^{std}}{P^{std}} \left[ \frac{p_1^2 - p_2^2 - 2\lambda_g^2 g(z_2 - z_1) \left( \frac{P_m}{Z_m R_{ar} T_m} \right)^2}{\lambda_g^a (L + L_{eq}) Z_m T_m} \right]^b} \quad (8.47)$$

Tendo em vista sua importância nos custos do investimento, a determinação do diâmetro ótimo é de suma importância na fase de projeto. Observe que a especificação da pressão a jusante  $p_2$  afeta diretamente o resultado. Em geral o processo requer uma forte dose de análise e trabalho iterativo até se chegar à melhor solução.

### Segmentação de Duto (*Loop*) - Aumento de Vazão

Um problema interessante no projeto de gasoduto consiste em aumentar a vazão pela instalação de um *loop*, mantendo as pressões de entrada e saída. Normalmente o que se faz nesses casos consiste em instalar uma linha paralela em algum trecho, conforme esquematizado na Fig. 8.5.

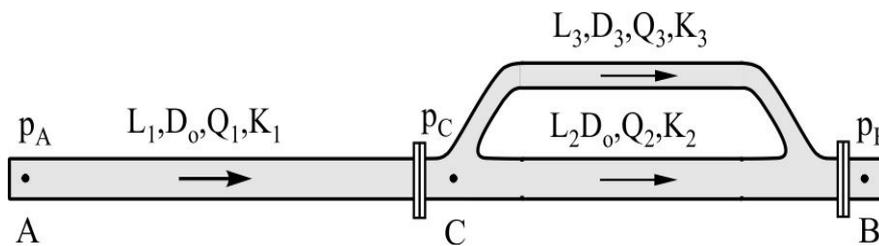


Figura 8.5 Segmentação de um duto.

Consideremos um duto com diâmetro constante  $D_0$  conectando os pontos A e B e transportando gás natural com vazão  $Q_0$ . Deseja-se aumentar a vazão para  $Q_f$  pela instalação de um *loop*. Qual o comprimento e o diâmetro deste segmento? A solução consiste em aplicar o conceito de escoamento de dutos em série e em paralelo, §6.2. Das Eqs. (6.2.1) a (6.2.10)

$$p_o^2 - p_e^2 = (K_1 + K_{eq}) Q_1^m \quad (8.48)$$

onde  $K_1$  e  $K_{eq}$  representam os coeficiente de resistência nos trecho AC e CB, respectivamente. A partir da condição de que as pressões são mantidas, a utilização das Eqs. (8.42) e (8.43), combinadas com as Eqs. (6.2.5) e (6.2.9), leva à relação

$$\left[ \frac{Q_f}{Q_o} \right]^{1/b} = \frac{1 + L_2/L_1}{1 + \frac{L_2}{L_1} \left[ \frac{1}{1 + (D_3/D_o)^c} \right]^{1/b}} \quad (8.49)$$

onde os expoentes  $b$  e  $c$  são especificados na Tabela 8.3.

Esta equação mostra alguns resultados interessantes: a) quando  $L_2/L_1 \rightarrow 0$  então  $Q_f \rightarrow Q_o$ ; b) quando  $D_3/D_o \rightarrow 0$  então  $Q_f \rightarrow Q_o$ , ambos consistentes com o esperado. Uma vez especificada a razão  $Q_f/Q_o$  pode-se calcular  $D_3$  e  $L_2$ . Um resultado igualmente interessante ocorre quando  $D_3 = D_o$  (diâmetro do *loop* igual ao diâmetro original da linha)

$$\left[ \frac{Q_f}{Q_o} \right]^{1/b} = \frac{1 + L_2/L_1}{1 + 0,5^{1/b} L_2/L_1} \quad (8.50)$$

Com  $b = 0,50$ ,  $L = L_1 + L_2$ ,  $\beta = (1 + \alpha)^2$  e  $Q_f = (1 + \alpha)Q_o$  ( $\alpha =$  fração do aumento esperado na vazão), esta expressão reduz-se à Eq. (8) do Exercício 6.2, Capítulo 6, para líquidos

$$\frac{L_2}{L} = \frac{4}{3} \left( \frac{\beta - 1}{\beta} \right) \quad (8.51)$$

Portanto, para dobrar a vazão ( $\alpha = 1 \therefore \beta = 4$ ), encontramos  $L_2 = L$ ; ou seja, uma segunda linha, idêntica à primeira.

### **Efeito da Localização do *Loop* sobre a Vazão e a Pressão**<sup>10</sup>

As últimas equações indicam que, mantidas as pressões de entrada e saída, a segmentação sempre aumenta a vazão no sistema. E, vice-versa, se a vazão for mantida constante, a

---

<sup>10</sup> Mohitpour, M., et al., "Pipeline Design & Construction - A Practical Approach", Cap. 3, ASME Press, N.Y., USA, 2000.

presença do *loop* provoca uma redução na perda de carga entre os extremos.

As equações mostram também que, à primeira vista, a localização do *loop* não tem qualquer efeito sobre a vazão. Contudo, observa-se que, no caso particular de escoamento compressível, isso pode não ser exatamente verdade, podendo a localização ter um impacto significativo na resposta do sistema. A justificativa está associada ao comportamento especial do escoamento compressível (não para o incompressível) com as variações de pressão, temperatura e do coeficiente de compressibilidade  $Z$  ao longo do duto.

Pressão e temperatura têm efeitos particulares quando se escolhe a posição do *loop*. Por exemplo, na região final da linha a perda de carga é maior do que na inicial uma vez que no final o gás está expandido: as densidades são menores e as velocidades maiores; portanto, maiores são as perdas na região. Por outro lado, a temperatura tem também um efeito especial sobre o escoamento compressível. Na região montante, particularmente logo na saída da estação de compressão, a temperatura do gás tende a ser relativamente alta. Acrescentando um *loop* numa região de temperatura mais elevada aumenta-se a transferência de calor com o exterior uma vez que a superfície de troca de calor é maior. Quanto maior a taxa de resfriamento, menor será a queda de pressão — basicamente devido à redução de velocidade, conseqüente do aumento da massa específica do gás. Portanto, esta análise sugere que o *loop* seja instalado na região montante, preferencialmente logo a jusante da estação de compressão, especialmente se o gás estiver muito quente. Apesar disso, Mohitpour destaca que, para certas configurações, uma análise transiente do sistema pode concluir que a perda de carga pode ser menor para o *loop* instalado no final da linha, longe do compressor. Desta forma, é recomendável que a distribuição de temperatura seja também objeto de simulações numéricas cuidadosas na determinação da melhor localização de *loops*, incluindo uma análise transiente. Ressalte-se que para situações em que a temperatura do gás encontra-se próxima da temperatura externa – diferenças inferiores a 5 a 10 °C –, esta deixa de ser um parâmetro relevante.

### **Perdas Localizadas - Escoamento Adiabático e Isotérmico**

Vimos no Capítulo 4 que perdas locais são devido à resistência associada à forma e dimensão do duto. Nesses casos o escoamento por uma variação de geometria causa uma variação de velocidade e a formação de vórtices que provocam perdas irreversíveis de energia. Na maioria dos casos essas perdas ocorrem na entrada e saída de duto, nas expansões e contrações, em curvas, joelhos, tês, flanges e válvulas.

Como primeira aproximação, o cálculo da perda de energia localizada no escoamento compressível pode ser obtido de forma similar àquele do escoamento incompressível. Ou seja, um comprimento equivalente é determinado para cada elemento resistivo de acordo com a expressão (4.8.1)

$$f \frac{L_{eq}}{D} \frac{\rho V^2}{2} = K_d \frac{\rho V^2}{2} \quad \therefore \quad \frac{L_{eq}}{D} = \frac{K_d}{f} \quad (8.52)$$

onde  $L_{eq}$  deve ser somado aos comprimentos dos escoamentos adiabáticos e isotérmicos aqui analisados. Portanto, a condição crítica (afogamento) é “antecipada”, uma vez que uma linha com elementos resistivos terá comportamento termodinâmico equivalente à uma linha mais longa, "adicionada" pelo comprimento equivalente de todas as perdas localizadas no segmento em estudo. O procedimento de inclusão das perdas localizadas consiste então em adicionar o coeficiente de perda ao termo de atrito viscoso. Isto é, para um comprimento crítico  $L^*$  deve-se ter

$$f \frac{(L^* + L_{eq})}{D} = f \frac{L^*}{D} + f \frac{L_{eq}}{D} = f \frac{L^*}{D} + \sum_i K_{di} \quad (8.53)$$

onde  $K_{di}$  representa cada um dos coeficientes- $i$  dos elementos de perda.

Observe que esta expressão foi utilizada explicitamente nas expressões para o cálculo das vazões de massa e de volume do escoamento sob condição isotérmica, equações (8.14) em diante.

## 8.5 Medição de Vazão em Escoamento Compressível

### 8.5.1 Medidores de Vazão

Placas de orifício, bocais e Venturis são utilizados para medir a vazão de massa de escoamento compressível em dutos. Nesses medidores a condição de fluxo assemelha-se àquela existente em bocais convergentes-divergentes onde a pressão do fluido é parcialmente convertida em energia cinética à medida que o fluido passa pela seção convergente. Como no escoamento de líquido, a vazão de massa pode ser determinada a partir da leitura da diferença de pressões nas seções de entrada e de área mínima pela aplicação das equações de conservação de massa e de energia. Todavia, para escoamento

compressível, acima da razão de pressão crítica (escoamento longe de afogamento), a energia cinética relativa à velocidade de entrada não pode ser desprezada. Por esse motivo a vazão de massa não pode ser estimada diretamente pela equação (7.42), obtida sob a hipótese de velocidade nula a montante  $V_1 = 0$ ; ou seja, para condição de estagnação a montante. Bocais e Venturis praticamente não apresentam *vena contracta*, o que permite aplicar a equação de energia entre a entrada e a seção convergente com resultados razoavelmente precisos quando comparados com dados experimentais <sup>11</sup>. Placas de orifício, por outro lado, não apresentam comportamento tão bons, requerendo relações empíricas, conforme mostrado a seguir.

### Venturis e Bocais

Integrando a equação de energia (7.31b) entre os pontos 1 e 2, Fig. 6.7,

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left( \frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} \right) = 0 \quad (8.54)$$

Eliminando a velocidade  $V_1$  a partir da equação de continuidade  $\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$ , e resolvendo para a velocidade  $V_2$ , utilizando a relação isentrópica (7.10), obtém-se para a vazão de massa

$$\dot{m} = \rho_2 A_2 V_2 = A_2 \sqrt{\frac{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} p_1 \rho_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/\gamma} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/\gamma}}} \quad (8.55)$$

Esta equação pode ser reescrita numa forma mais conveniente, semelhante à expressão para o fluxo em orifício e Venturi para líquido, Eqs. (6.3.10) e (6.3.13), como

$$\dot{m} = \frac{C_d A_o Y}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{2 \rho_1 (p_1 - p_2)} \quad (8.56)$$

onde é introduzido o *fator de expansão*  $Y$

---

<sup>11</sup> Benedict, R. P., "Fundamentals of Pipe Flow", Cap. 14, John Wiley & Sons, USA, 1980.

$$Y = \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma-1} r^{2/\gamma} \left( \frac{1 - r^{(\gamma-1)/\gamma}}{1 - r} \right) \left( \frac{1 - \beta^4}{1 - \beta^4 r^{2/\gamma}} \right)} \quad (8.57)$$

Nessas expressões são utilizados os seguintes parâmetros:  $A_1$ = área do duto,  $A_0$ = área da garganta,  $D_1$ = diâmetro do duto,  $D_0$ = diâmetro da garganta,  $\beta = D_0/D_1$ ,  $r = p_2/p_1$  (em valores absolutos),  $\gamma = c_p/c_v$ ,  $\rho_1$ = massa específica do gás na seção-1.  $C_d$  é o *coeficiente de descarga* do Venturi (ou bocal), conforme definido em §6.3, cujo valor numérico é aproximadamente o mesmo utilizado para líquidos, §6.3. A Tabela 8.4 mostra valores para o *fator de expansão para bocais e Venturis* para  $\gamma=1,4$ .

### Placas de Orifício

Ao contrário dos casos para Bocais e Venturis, não é possível encontrar uma expressão analítica para o *fator de expansão* para placas de orifícios. Os primeiros trabalhos experimentais neste sentido foram apresentados por Buckingham<sup>12</sup>. A forma da expressão

**Tabela 8.4** Fator de expansão Y para bocais e Venturis ( $\gamma=1,4$ )

$p_2/p_1$	$D_0/D_1$						
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,975	0,986	0,986	0,986	0,985	0,984	0,981	0,975
0,950	0,973	0,973	0,972	0,971	0,968	0,962	0,950
0,925	0,959	0,959	0,958	0,956	0,952	0,943	0,926
0,900	0,945	0,944	0,943	0,941	0,935	0,925	0,902
0,875	0,931	0,93	0,929	0,925	0,919	0,906	0,879
0,850	0,916	0,915	0,914	0,910	0,902	0,888	0,857
0,825	0,901	0,901	0,899	0,894	0,886	0,869	0,835
0,800	0,886	0,885	0,883	0,879	0,869	0,851	0,813
0,775	0,871	0,87	0,868	0,863	0,852	0,832	0,792
0,750	0,856	0,855	0,852	0,846	0,835	0,814	0,770
0,725	0,840	0,839	0,836	0,830	0,818	0,795	0,750
0,700	0,824	0,823	0,820	0,813	0,801	0,777	0,729

<sup>12</sup> Buckingham, E. Notes on the orifice meter: the Expansion Factor for gases, Bureau of Standards Journal Research, Research Paper Vol. 9, No. 459, 1932.

então proposta acabou sendo incorporada em documentos de entidades internacionais como a ISO 5167-91<sup>13</sup>. Com base na expressão da ISO, Reader and Harris<sup>14</sup> propuseram uma nova formula para o fator de expansão para qualquer tipo de arranjo de placa de orifício com *pressure tappings*, posteriormente incorporada na ISO-5167-2:2003<sup>15</sup>, na forma

$$Y_{ISO} = 1 - (0,351 + 0,256\beta^4 + 0,93\beta^8)[1 - r^{1/\gamma}] \quad (8.58a)$$

A Tabela 8.5 mostra valores para o fator  $Y_{ISO}$  para placas de orifício calculados por esta expressão para  $\gamma=1,4$ .

### ***Flange Pressure Tappings (Flange com Tomadas de Pressão)***<sup>16</sup>

Recentemente Pistun e Lesovoy<sup>17</sup> propuseram uma nova equação para o fator de expansão para placas de orifício do tipo *Flange Pressure Tappings*, Fig. 8.6. Segundo os autores, proporciona maior precisão de acordo com dados experimentais atuais. O desvio máximo dos dados experimentais para a nova fórmula é de 0,61% contra 1,21% para a Eq. (8.58a).

A nova equação para o fator de expansão (Pistun-Lesovoy) tem a forma

$$Y_{PL} = 0,993023 - (0,3507 + 0,0849\beta^4 + 1,8195\beta^8)[1 - r^{1/\gamma}] \quad (8.58b)$$

Valores para o fator  $Y_{PL}$  para placas de orifício do tipo *Flange Pressure Tappings* calculados por esta expressão para  $\gamma=1,4$  estão indicados na Tabela 8.6. Interessante comparar com os valores da Tabela 8.5.

---

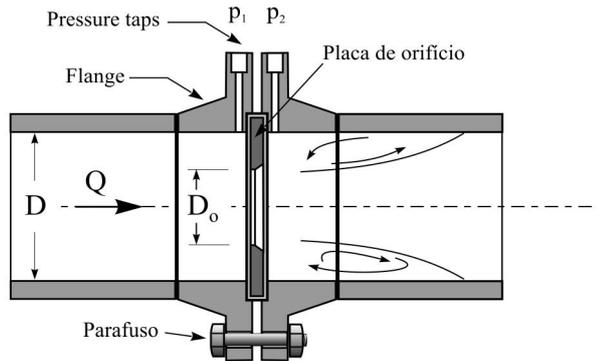
<sup>13</sup> ISO 5167-1:1991 Measurements of fluid flow by means of pressure differential devices – Parta 1: Orifice plates, nozzles and Venturi tubes inserted in circular cross-section conduits running full, 1991.

<sup>14</sup> Reader-Harris, M.J., The Equation for the Expansibility Factor for the Orifice Plates, Proc. of Flameko 98, Lund, Sweden, pp. 209-214, Jun. 1998.

<sup>15</sup> ISO 5167-2:2003 – Part 2: Orifice plates; Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices inserted in circular cross-section conduits running full, 2003.

<sup>16</sup> Placa de Orifício do tipo *Flange Tap* tem configuração mostrada na Fig. 8.6a, com placa de orifício instalada entre as duas tomadas de pressão  $p_1$  e  $p_2$  e perfurações no próprio corpo dos flanges, evitando perfurações no duto. Outras configuração requerem perfurações no duto, após a instalação do sistema de medição.

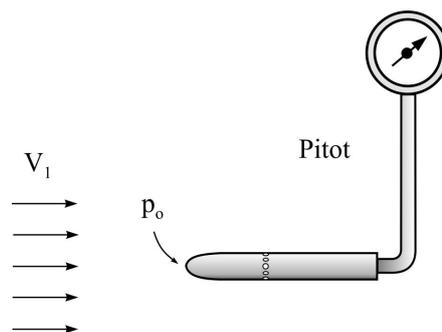
<sup>17</sup> Pistun, Y., Lesovoy L., Calculation of Expansibility Factor of gas as it flow through an orifice platte with flange pressure tappings, Energy Engn and Control Systems, Vol 2, No.2, 2016.



**Figura 8.6** Placa de orifício do tipo *Flange Pressure Tappings*.

### 8.5.2 Tubo de Estagnação (Pitot)

Conforme visto no Capítulo 2, o tubo de Pitot pode ser utilizado para determinar a velocidade no escoamento pela medida da pressão de estagnação local. No caso de escoamento compressível subsônico a condição na região do Pitot pode ser considerada isentrópica. A razão da pressão de estagnação para a pressão estática na corrente logo a montante do tubo pode ser obtida a partir da Eq. (7.24), ou seja,



**Figura 8.7** Tubo de estagnação numa corrente de gás.

$$\frac{p_o}{p_1} = \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma_1^2 \right]^{\gamma/(\gamma - 1)} \quad (8.59)$$

Resolvendo para  $Ma_1$  obtém-se a expressão para a velocidade  $V_1$ , Fig. 8.7,

$$Ma_1 = \frac{V_1}{c_1} = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{p_o}{p_1} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right]} \quad (8.60)$$

$$\therefore V_1 = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} R T_1 \left[ \left( \frac{p_o}{p_1} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right]}$$

**Tabela 8.5** Fator de expansão Y para placas de orifício ( $\gamma=1,4$ )

$p_2/p_1$	$D_o/D_1$						
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,975	0,994	0,994	0,994	0,993	0,993	0,992	0,989
0,950	0,987	0,987	0,987	0,987	0,986	0,983	0,978
0,925	0,981	0,981	0,981	0,980	0,978	0,975	0,967
0,900	0,975	0,974	0,974	0,973	0,971	0,966	0,956
0,875	0,968	0,968	0,967	0,966	0,964	0,958	0,944
0,850	0,961	0,961	0,961	0,959	0,956	0,949	0,933
0,825	0,955	0,955	0,954	0,952	0,949	0,940	0,921
0,800	0,948	0,948	0,947	0,945	0,941	0,931	0,910
0,775	0,942	0,941	0,940	0,938	0,933	0,922	0,898
0,750	0,935	0,934	0,933	0,931	0,926	0,913	0,886
0,725	0,928	0,928	0,926	0,924	0,918	0,904	0,874
0,700	0,921	0,921	0,919	0,917	0,910	0,895	0,862

**Tabela 8.6** Fator de expansão  $Y_{PL}$  para *Flange Pressure Tappings* ( $\gamma=1,4$ )

$p_2/p_1$	$D_o/D_1$						
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,975	0,987	0,987	0,987	0,987	0,986	0,984	0,981
0,950	0,980	0,980	0,980	0,980	0,979	0,976	0,968
0,925	0,974	0,974	0,974	0,973	0,973	0,967	0,956
0,900	0,968	0,968	0,967	0,967	0,965	0,959	0,943
0,875	0,961	0,961	0,961	0,960	0,957	0,950	0,930
0,850	0,955	0,954	0,954	0,953	0,950	0,941	0,917
0,825	0,948	0,948	0,948	0,946	0,943	0,933	0,904
0,800	0,941	0,941	0,941	0,940	0,935	0,923	0,891
0,775	0,935	0,935	0,934	0,933	0,928	0,914	0,878
0,750	0,928	0,928	0,937	0,926	0,920	0,905	0,865
0,725	0,921	0,921	0,920	0,919	0,913	0,895	0,851
0,700	0,914	0,914	0,913	0,911	0,905	0,886	0,838

## 8.6 Análise de Sensibilidade

No processo de dimensionamento termohidráulico de um duto para transporte de um gás particular, portanto, com propriedades físicas conhecidas, quatro parâmetros são considerados: vazão, pressão, temperatura e diâmetro. Nesta fase diversos tipos de incerteza estão presentes, todos associados à avaliação do impacto dos parâmetros na configuração final do duto. Em última análise, o projeto visa escolher um sistema “ótimo” que atenda às condições esperadas para a vazão. Uma técnica muito útil para esta fase de dimensionamento é denominada de análise de sensibilidade.

A análise permite ao projetista avaliar o impacto que mudanças de certos parâmetros terão no modelo. Ela pode auxiliar na identificação dos parâmetros que efetivamente impactarão os resultados finais. Ao estudar uma quantidade de dados de saída de uma análise de sensibilidade o projetista será capaz de considerar uma ampla faixa de cenários e, assim, aumentar o grau de confiança do modelo sendo considerado.

Consideremos então algumas análises de sensibilidade para o projeto de um gasoduto. A equação básica de estudo é a equação do modelo teórico para cálculo da vazão (8.40). Para outros modelos, (8.41) por exemplo, segue-se exatamente o mesmo procedimento.

Admitindo que a temperatura tenha um efeito menor no dimensionamento, três parâmetros podem ser considerados mais relevantes para projeto; ou seja, a vazão, a pressão e o diâmetro. A análise segue conforme descrito a seguir.

### 8.6.1 Vazão vs Pressão

Admitindo outras variáveis constantes, e ignorando o efeito gravitacional, a equação para a vazão em função da pressão pode ser escrita na forma compacta

$$Q = \beta_1 [p_1^2 - p_2^2]^{1/2} \quad (8.61)$$

onde  $\beta_1$  representa todos os outros termos indicados em (8.40). Se desejarmos conhecer a sensibilidade da vazão para a pressão em 2, por exemplo, isto pode ser obtido da expressão para o incremento de Q devido a uma “pequena” variação de  $p_2$

$$\delta Q = \beta_1 [p_1^2 - p_2^2]^{-1/2} (-2p_2 \delta p_2) = -2 \beta_1 [p_1^2 - p_2^2]^{1/2} \left[ \frac{p_2^2}{p_1^2 - p_2^2} \frac{\delta p_2}{p_2} \right] \quad (8.62)$$

ou

$$\frac{\delta Q}{Q} = -2 \left[ \frac{1}{(p_1/p_2)^2 - 1} \right] \frac{\delta p_2}{p_2} \quad (8.63)$$

Portanto, a variação da vazão com a pressão no ponto-2 pode ser obtida relacionando  $\delta Q/Q$  com  $\delta p_2/p_2$  para uma família de parâmetros adimensionais  $p_1/p_2$ . Por exemplo, para  $p_1 = 100$  bar,  $p_2 = 60$  bar e  $\delta p_2 = 6$  bar obtém-se  $\delta Q/Q = 0,113$ . Ou seja, para uma variação de 10% na pressão no ponto-2 a vazão sofrerá uma variação de 11,3%. Note que a variação será para mais ou para menos, dependendo se ocorrer uma queda ou um aumento na pressão em 2.

Destaque-se ainda que as pressões devem ser especificadas em valores absolutos, e não relativos, e que, sendo as relações entre as variáveis não lineares (ver equação 8.40), os incrementos acontecem ao longo de uma curva que não é reta (como seria numa relação linear). Por isso, deve-se estar atento para que não se aplique as equações para incrementos não muito grandes. Quanto menores forem, mais precisos serão os resultados. O comentário é igualmente válido para as duas análises que seguem.

### 8.6.2 Vazão vs Diâmetro

Admitindo outras variáveis constantes a equação para a vazão em função do diâmetro é escrita na forma

$$Q = \beta_2 D^{5/2} \quad (8.64)$$

ou

$$\frac{\delta Q}{Q} = \frac{5}{2} \frac{\delta D}{D} \quad (8.65)$$

O resultado mostra que, para uma variação de 10% no diâmetro, obtém-se uma variação de 25% na vazão, indicando uma sensibilidade importante da vazão com o diâmetro.

### 8.6.3 Pressão vs Diâmetro

Eventualmente pode-se considerar as relações entre pressões e diâmetro. De (8.40), para vazão constante

$$\frac{\delta p_2}{p_2} = \frac{5}{2} \left[ (p_1/p_2)^2 - 1 \right] \frac{\delta D}{D} \quad (8.66)$$

Para o exemplo anterior observamos que, mantida a vazão constante, para  $p_1 = 100$  bar e  $p_2 = 60$  bar (absolutas), um aumento de 10% no diâmetro ( $\delta D/D = 0.10$ ) requererá um aumento na pressão  $p_2$  de 44,4% (reduzir o diferencial de pressão entre 1 e 2). Ou seja, aumentando-se o diâmetro em 10% a pressão  $p_2$  terá que passar de 60 para 86,4 bar ( $86,4 = 60 + 0,444 \times 60$ ) para manter a vazão. Por outro lado, uma redução de 10% no diâmetro ( $\delta D/D = -0.10$ ) requererá uma redução em  $p_2$  para 33,4 bar ( $33,4 = 60 - 0,444 \times 60$ ). Logo, uma redução no diâmetro exigirá um aumento na queda da pressão para manter a vazão original.

## 8.7 Blowdown

Assim é denominado na literatura americana – e brasileira – o procedimento de descarga para a atmosfera de gás num certo trecho de duto, normalmente realizado para reparo.

Projetos de dutos incluem a instalação de válvulas de bloqueio, espaçadas regularmente e associadas aos conjuntos de *blowdowns*. Por medida de segurança, esses sistemas devem estar localizados em áreas distantes de prédios, de qualquer fonte de ignição e, tanto quanto possível, de fácil acesso. A área deve ser protegida por cercas e de vandalismo.

O dimensionamento da instalação de *blowdown* é definido pelo tempo de descarga da seção de duto entre as válvulas de bloqueio, geralmente projetado para 30 a 60 minutos. Uma análise temporal e dimensionamento da instalação é mostrado a seguir.

### 8.7.1 escoamento no Sistema de Descarga

Uma vez que a pressão no gasoduto é relativamente elevada, muito acima da pressão atmosférica, durante a operação de descarga prevalece a condição de afogamento (*choking*), exceto nos instantes finais, quando a pressão fica abaixo de 2 atmosferas, §7.3; valores críticos no ponto de velocidade sônica. Consideremos então a análise do escoamento de uma descarga.

A Fig. 8.8 mostra um esquemático do tubo que conecta o gasoduto ao exterior. A instalação física do sistema real envolve diversos outros dutos e válvulas secundárias

(para desvio de fluxo e segurança) não relevantes ao problema de descarga propriamente dita que aqui estamos interessados.

Admitamos que o sistema encontra-se instalado entre duas válvulas de bloqueio distantes entre si  $L$  metros (freqüentemente algo em torno de 30 km), num duto com diâmetro interno uniforme  $D_t$ . A condição de estagnação (válvula fechada) para a pressão e temperatura representam  $p_o$  e  $T_o$ , ambas em valor absoluto. A Fig. 8.8a mostra a configuração do duto, válvula e tubo de descarga, com diâmetro  $D_d$  e comprimento  $h_d$ .

Sendo a pressão interna  $p_o$  muito elevada, então  $p_{atm}/p_o \ll p^*/p_o$  ( $= 0,55$  para gás natural), conforme definido em (7.25). Desta forma a condição crítica ocorre no interior da descarga e a seguinte seqüência de estados termodinâmicos acontece:

- Gás segue do duto em direção à válvula. Admitindo que a geometria interna desta apresente uma redução de área relativa à dimensão nominal,  $A_v < A_d$  (área do tubo de descarga), o fluxo é forçado para uma seção reduzida logo a jusante da válvula, denominada *vena contracta*, com área  $A_c < A_v$ . Neste ponto ocorre afogamento com velocidade sônica  $V_c^* = c^*$ . Observe que nesta situação a condição na seção da válvula é subsônica ( $Ma_c < 1$ ) por se encontrar a montante do ponto crítico;

- O fluxo se expande em velocidade supersônica em direção ao tubo de descarga até o ponto-d, onde uma profusão de ondas de choque ocorre até o ponto-d', definindo aí uma condição subsônica (jusante dos choques);

- Do ponto-d' até a saída o escoamento é subsônico, acelerado até atingir a velocidade sônica na saída, ponto-e. O local e condição termodinâmica em d' é definido pela relação  $fL^*/D_d$  para escoamento isentrópico em duto com atrito viscoso, Eq. (8.6), e equações auxiliares relacionando condição em choque normal (equação de Rankine-Hugoniot).

Para um observador “externo”, uma questão importante é conhecer a área crítica  $A_c = A^*$  que, como acabamos de observar, é inferior à seção mínima na válvula, presumivelmente conhecida. Esta informação é difícil de ser obtida, sendo, na prática, definida pelo *coeficiente de contração*  $C_c$  tal que  $A_c = C_c A_v$ , §6.3. Valores aproximados para  $C_c$  encontram-se na faixa  $0,6 < C_c < 1,0$ . Na ausência de maiores informações, uma “boa” escolha está entre  $0,70-0,85$  <sup>18</sup>.

---

<sup>18</sup> Benedict, R.P., Fundamentals of Pipe Flow, Cap. 3, John Wiley & Sons, 1980



que a seção de abertura da válvula  $A_v$  seja conhecida e constante no tempo. Do balanço de massa no gasoduto

$$\frac{dM}{dt} = -\dot{m}_b \quad (8.68)$$

sendo  $M$  a massa de gás estocado no segmento de comprimento  $L$ , calculado pela expressão  $M = \rho_o V_o$ , onde  $\rho_o$  é a massa específica do gás e  $V_o$  o volume total do segmento. Portanto,

$$M = \rho_o V_o = \frac{P_o}{Z_o R_g T_o} V_o \quad (8.69)$$

Neste ponto é conveniente introduzir algumas simplificações. Em primeiro lugar, tratando-se de um processo relativamente lento, a temperatura pode ser considerada aproximadamente constante ao longo de todo o procedimento, com pequenas variações de resfriamento, aqui desprezadas. Hipótese similar não é apropriada para o fator de compressibilidade uma vez que, mesmo para temperatura fixa, este varia com a pressão de um valor inicial  $Z_{ini}$  até 1 (atmosférica). Portanto, para integrar a equação (8.68) admitiremos um valor médio, fixo no tempo, para  $Z_o$ ,  $Z_{om} = (1 + Z_{ini})/2$ . Assim ficamos com

$$\frac{V_o}{Z_{om} R_g T_o} \frac{dp_o}{dt} = -\dot{m}_b \quad (8.70)$$

Combinando as três últimas equações

$$\int_{P_{ini}}^{P_{fin}} \frac{dp_o}{P_o} = -\varepsilon \int_0^{t_{fin}} dt \quad \text{com} \quad \varepsilon = \frac{\Gamma}{V_o} C_c A_v \sqrt{Z_m R_g T_o} \quad (8.71)$$

e o tempo total de descarga (*blowdown*) é então

$$t_{fin} = \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{P_{ini}}{P_{fin}} \quad \therefore \quad \varepsilon t_{fin} = \ln \frac{P_{ini}}{P_{fin}} \quad (8.72)$$

com  $\varepsilon$  definido em (8.71).

Note-se que esta solução admite fluxo crítico (sônico na válvula) para todo instante. Portanto, no sentido estrito, a pressão final  $p_{fin}$ , utilizada nas equações acima,

deve corresponder ao final da condição crítica

$$\frac{p^*}{p_o} = \frac{p_{atm}}{p_{fin}} = \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (8.73)$$

Abaixo deste valor o escoamento é subsônico em todo interior do sistema de descarga. Para gás natural ( $\gamma \approx 1,3$ ) isto ocorre para  $p_{fin}/p_{atm} = p_{fin}/1 = 1,82$  bar. Ou seja, aplicada esta condição em (8.72) a pressão final no duto será de 1,82 bar, muito próximo da condição de equilíbrio com o exterior de 1 bar. Para sermos precisos, o cálculo do tempo final de descarga entre a pressão de 1,82 bar e a atmosférica deve ser realizado para escoamento subsônico. Contudo, admitindo um pequeno erro nesta estimativa, podemos aplicar (8.72) para  $p_{fin} = p_{atm} = 1$  bar. Na maior parte dos casos a diferença entre a solução exata e a aproximada é da ordem de minutos.

Definido o tempo de descarga o dimensionamento adequado do tubo de descarga e válvula associada é facilmente determinado resolvendo as equações (8.71-72).

### História de Pressão e Vazão de Massa

De (8.71) a pressão interna em função do tempo é obtida da equação (após 8.72b),

$$\frac{p_o(t)}{p_{ini}} = e^{-\varepsilon t} = \left( \frac{p_{fin}}{p_{ini}} \right)^{\frac{t}{t_{fin}}} \quad (0 < t < t_{fin}) \quad (8.74)$$

De (8.67) e (8.74) a vazão de massa em função do tempo é

$$\dot{m}_b = \frac{\Gamma C_c A_v p_{ini}}{\sqrt{Z_o R_g T_o}} e^{-\varepsilon t} \quad (8.75)$$

que pode ser reescrita na forma adimensional

$$\frac{\dot{m}_b(t)}{\dot{m}_{bini}} = \sqrt{Z_{oini}/Z_o} e^{-\varepsilon t} = \sqrt{Z_{oini}/Z_o} \left( \frac{p_{fin}}{p_{ini}} \right)^{\frac{t}{t_{fin}}} \quad (0 < t < t_{fin}) \quad (8.76)$$

Os subscritos-ini referem-se à condição de fluxo inicial ( $t=0$ ) e  $Z_o$  é o fator de compressibilidade, calculado para a pressão  $p(t)$  e temperatura  $T_o$ . Evidentemente  $\dot{m}_{bini}$  é obtido de (8.75) com  $t=0$ .

## 8.8 Presença de Água e Formação de Hidratos em Gás Natural

### 8.8.1 Vapor de Água em Gás Natural

A produção de gás natural de fontes do subsolo é saturada de água líquida e componentes pesados de hidrocarbonetos. As exigências de um gás limpo e seco para transporte em dutos e distribuição para usuários requer que o gás seja processado para retirada de líquidos, seguido de secagem para redução de vapor de água. A presença do vapor em concentrações de algumas poucas dezenas de partes por milhão pode ter conseqüências sérias na vida de um duto devido à corrosão provocada pela umidade. Além disso, a formação de hidratos (considerado em seguida) pode reduzir a capacidade de escoamento, incluindo o bloqueio total do duto e provocar danos em equipamentos como filtros, válvulas ou compressores. Hidratos constituem uma combinação de excesso de água com hidrocarbonetos que podem condensar durante o transporte em dutos, formando emulsões que, sob certa condição de pressão e temperatura, formam massas de sólidos.

Uma estimativa para a quantidade de vapor d'água em gás natural, também denominado de solubilidade de água no gás natural, pode ser obtida pela expressão sugerida por Bukacek <sup>20</sup>

$$m_g = A + \frac{B}{p} \quad (8.77)$$

onde  $m_g$  = conteúdo de vapor d'água, lb/MMscf,  $p$  = pressão absoluta, psia e  $A$  e  $B$  são funções da temperatura, assim definidas

$$\begin{aligned} A &= 10^{(6,6945 - 3083,8T^{-1})} \\ B &= 10^{(10,9351 - 2,949,05T^{-1} - 318,045T^{-2})} \end{aligned} \quad (8.78)$$

com  $T$  expresso em °R (Rankine). Enquanto a expressão acima é utilizada para instalações de origem norte-americana, na Europa utiliza-se para  $m_g$  a razão  $mg/sm^3$  (miligrama por  $m^3$  padrão). O trabalho original de Bukacek apresenta a concentração de vapor d'água em gráficos em função da pressão e temperatura. Fatores de correção são igualmente apresentados para a salinidade da água e a massa específica do hidrocarboneto, i.e., para

---

<sup>20</sup> Bukacek, R.F., Equilibrium Moisture Content of Natural Gases, Bull. Inst. Of Gas Technology Bulletin, 8, 1955.

a composição molar do gás. A equação (8.77) foi obtida de uma análise de regressão de dados de Bukacek.

Num mesmo campo podemos ter solubilidades distintas de água no gás para condição diversa de pressão e temperatura. Em geral o gás é saturado com vapor de água do reservatório pela saturação irreducível de água no poro da rocha, ou da água que migra para a formação proveniente de aquíferos vizinhos.

Por outro lado, a quantidade de umidade necessária para atingir a saturação de vapor da água em gases ácidos (i.e., gases cuja composição contém quantidades significativas de dióxido de carbono e ácido sulfídrico) é substancialmente maior do que a umidade exigida para metano, ou um gás "doce" (sem a presença de  $\text{CO}_2$  e  $\text{H}_2\text{S}$ ), à mesma temperatura. Observa-se então que o ponto de orvalho (condensação) medido em um gás ácido é significativamente inferior ao de um gás doce contendo a mesma quantidade de umidade. Além disso, sólidos dissolvidos, como sal, reduzem a pressão de vapor e, assim, a quantidade de umidade no gás.

### 8.8.2 Processo de Desidratação

O processo mais comum de secagem de gás natural é por um separador mecânico que separa o gás do escoamento bifásico oriundo do campo de produção seguido de desidratação por glicol. O glicol saturado de água é recuperado por um processo de evaporação por calor antes de ser reinjetado na torre de separação, constituindo um circuito recirculante contínuo. Em geral este procedimento reduz o conteúdo de umidade a níveis inferiores a  $50 \text{ mg/sm}^3$  ( $3 \text{ lb/MMscf}$ ).

**Exemplo 8.1** Estimar a quantidade de água presente em um gás à temperatura de  $300^\circ\text{F}$  ( $148,9^\circ\text{C}$ ), às pressões de 2000, 4000, 6000 e 8.000 psia utilizando o método de Bukacek.

**Solução:** Para  $T = 300^\circ\text{F}$  ( $= 759,7^\circ\text{R}$ ), de (8.62):  $A = 433$  e  $B = 3,19 \times 10^6$ . Levando em (8.77) obtém-se o resultado indicado na tabela a seguir.

Pressão (psia)	$m_g$	
	(lb/MMscf)	(g/sm <sup>3</sup> )
2000	2020	32,3
4000	1225	19,6
6000	960	15,4
8000	827	13,2

### 8.8.3 Hidratos em Gás Natural

Hidratos são combinações físicas (não químicas) de água com gás natural que se formam a pressões e temperaturas consideravelmente acima do ponto de congelamento da água. São sólidos cristalinos formados quando gás natural está na presença de água livre. A formação de hidratos não é o mesmo processo de condensação de vapor de água sob pressão, ou abaixo da temperatura do ponto de orvalho. O fenômeno é de interesse especial para a indústria de petróleo porque esses sólidos podem se formar nas pressões e temperaturas freqüentemente encontradas na produção (poços) e no transporte de gás natural. Hidratos são freqüentemente formados em locais como joelhos, orifícios, válvulas e *chokes*.

Dentre as principais condições que podem promover ou favorecer a formação de hidratos destacam-se<sup>21</sup>: (i) gás abaixo do ponto de orvalho na presença de água líquida;

---

<sup>21</sup> McCain, W.D., The Properties of Petroleum Fluids, Cap. 17, PennWell Books, 1990.

(ii) baixa temperatura; (iii) alta pressão; (iv) alta velocidade; (v) pressão pulsante; (vi) presença de pequenos cristais de hidrato ou de partículas sólidas como areia e ferrugem; (vii) agitação; (viii) presença de CO<sub>2</sub> e H<sub>2</sub>S.

Dois condições operacionais particulares podem favorecer esta situação: (i) pressão constante com súbita redução na temperatura, e, (ii) súbita expansão por uma restrição ao escoamento, como por uma válvula ou *choke*. Neste caso a expansão é acompanhada de uma queda brusca na temperatura que promove a formação do hidrato.

Maiores detalhes sobre este processo podem ser obtidos no livro de McCain, *op. cit.* e referências sugeridas ali.

## 8.9 Mistura de Gases

### 8.9.1 Mistura de Gases Ideais

Considere a mistura de N componentes de um gás, cada um sendo uma substância pura. O total da massa e do número de mols na mistura é

$$m_{tot} = m_1 + m_2 + \dots + m_N = \sum m_i$$

$$n_{tot} = n_1 + n_2 + \dots + n_N = \sum n_i$$

Define-se fração de massa (ou concentração  $c_i$ ) e, fração molar  $y_i$ , de cada componente da mistura

$$c_i = \frac{m_i}{m_{tot}} \quad e \quad y_i = \frac{n_i}{n_{tot}} \quad (8.79)$$

relacionados à massa molecular de cada componente  $M_i$  como  $m_i = n_i M_i$ . Assim é possível converter de um sistema para outro (fração molar para concentração)

$$c_i = \frac{m_i}{m_{tot}} = \frac{n_i M_i}{\sum n_i M_i} = \frac{y_i M_i}{\sum y_i M_i} \quad (8.80)$$

ou, da concentração para fração molar

$$y_i = \frac{n_i}{n_{tot}} = \frac{c_i / M_i}{\sum c_i / M_i} \quad (8.81)$$

Nesta apresentação é admitido que no processo de mistura dos gases não ocorrem reações químicas, tampouco interações entre as moléculas (nenhuma reação), embora em inúmeras situações reais os dois fenômenos possam ser observados, sobretudo sob condição de pressão e temperatura elevadas.

O processo de interação intermolecular pode ser melhor compreendido se imaginarmos, por exemplo, que 1 mol de água seja adicionado a um grande volume de água a 25 °C. O volume da mistura crescerá 18 cm<sup>3</sup> e diremos que 18 cm<sup>3</sup>/mol é o volume molar da água. Entretanto, se adicionarmos 1 mol de água a um grande volume de etanol, o volume crescerá somente 14 cm<sup>3</sup>. A razão para esta diferença tem a ver com o fato de que o volume ocupado por certo número de moléculas de água depende da identidade das moléculas que a circundam. Existem tantas moléculas de etanol em torno de cada molécula de água que o “empacotamento” das moléculas resulta nas moléculas de água ocupando somente um volume total de 14 cm<sup>3</sup><sup>22</sup>. Como mencionado, não consideraremos esta possibilidade na mistura dos gases, sejam ideais ou reais.

Dois modelos são utilizados para analisar o comportamento termodinâmico da mistura de gases ideais, a lei de Dalton e a lei de Amagat. Nesta breve introdução consideraremos o modelo de Dalton. Maiores detalhes sobre o tema podem ser obtidos num bom livro de termodinâmica, como mostrado nas Referências Bibliográficas.

### Lei de Dalton

A pressão total  $p_m$  de uma mistura de gases é igual à soma das pressões que cada gás exerceria se ocupasse isoladamente o volume total do vaso  $V_m$  à temperatura da mistura  $T_m$ . A lei é estritamente válida para gás ideal. Se  $p_A$ ,  $p_B$  e  $p_C$  representam, respectivamente, pressões individuais (parciais) de gases misturados A, B, C, para N constituintes da mistura a lei de Dalton é

$$p_m = p_A + p_B + p_C + \dots = \sum_i^N p_i \quad (8.82)$$

onde, para cada constituinte  $i$ ,

$$p_i = \frac{R_i T_m}{V_m} = \frac{n_i R^* T_m}{V_m} \quad (8.83)$$

---

<sup>22</sup> Physical Chemistry, P.W. Atkins, Cap. 7, 5<sup>th</sup>. Ed., Oxford U. Press, 1994.

onde  $R^*$ ,  $R_i$ , e  $n_i$ , representam, respectivamente, a constante universal, a constante do gás e o número de mols do gás- $i$ . Dividindo esta equação pela equação equivalente para a mistura total

$$y_i = \frac{n_i}{n_m} = \frac{P_i}{P_m} \quad (8.84)$$

Portanto, a fração molar ( $y_i = n_i/n_m$ ), ou fração volumétrica, é igual à razão entre a pressão parcial e pressão total da mistura.

**Exemplo 8.2** A composição de massa de ar seco no nível do mar é aproximadamente  $N_2 = 75,5\%$ ,  $O_2 = 23,2\%$  e Ar (Argônio) =  $1,3\%$ . Calcular as frações molares e as pressões parciais de cada componente à pressão atmosférica (1 atm).

**Solução:** Consideremos a massa de 1 kg de ar como referência,

$$n_{N_2} = \frac{1\text{kg} \times 0,755}{28,02\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}} = 2,69\text{ mol}$$

$$n_{O_2} = \frac{1\text{kg} \times 0,232}{32,00\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0,725\text{ mol}$$

$$n_{Ar} = \frac{1\text{kg} \times 0,013}{39,95\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0,033\text{ mol}$$

Portanto, o volume total em 1 kg de ar será de 3,45 mol. As frações de massa, molares (volumétricas) e as pressões parciais correspondentes estão representadas no quadro.

	$N_2$	$O_2$	Ar
Fração de massa	0,755	0,232	0,013
Fração molar	0,78	0,21	0,0096
Pressão parcial (atm)	0,78	0,21	0,0096

Comparar o resultado com os valores indicados na Tabela 2.1.1 no Capítulo 2.

### 8.9.2 Mistura de Gases Reais

Uma aproximação pode ser feita para gases reais (comportamento termodinâmico diferente de gases ideais) se introduzirmos o coeficiente de compressibilidade  $Z$ . Maiores detalhes sobre o comportamento de gases reais podem ser encontrados no Apêndice-B.

A Tabela 8.7 resume as equações para este caso.

**Tabela 8.7** Equações para mistura de gases reais.

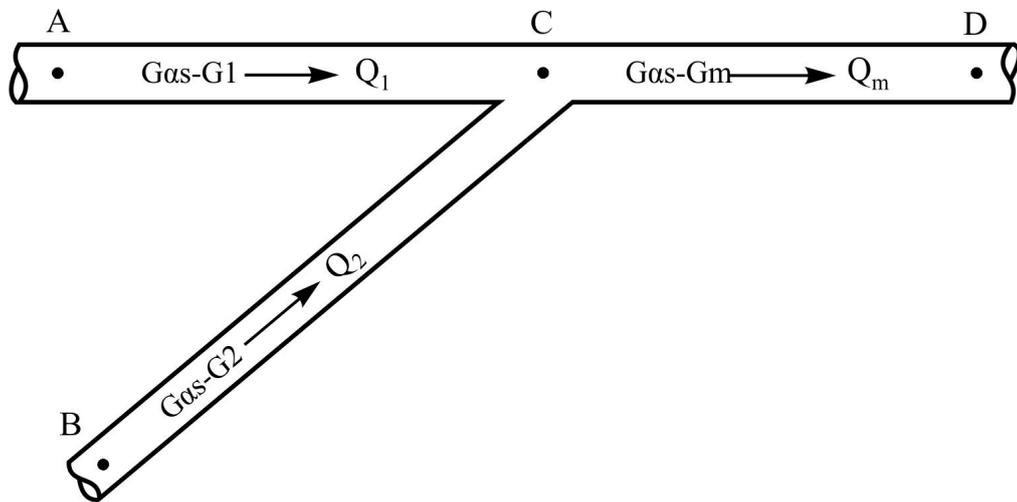
Equação de estado geral	$pV = ZnR^*T$
Equação para a mistura	$p_m V_m = Z_m n_m R^* T_m$
Equação para Gás-i (Lei de Dalton)	$p_i V_m = Z_i n_i R^* T_m$
Equações para parâmetros da mistura	$p_m = \sum_{i=1}^N p_i$ $V_m = \sum_{i=1}^N V_i$ $Z_m = \sum_{i=1}^N y_i Z_i$ $p_{crm} = \sum_{i=1}^N y_i p_{cri}$ $T_{crm} = \sum_{i=1}^N y_i T_{cri}$

Observe que o coeficiente de compressibilidade para a mistura é obtido pelo produto das frações molares e dos coeficientes de compressibilidade de cada um dos componentes; ou seja,  $Z_i = Z(p_{cri}, T_{cri})$ . Uma alternativa comum encontrado na literatura é calcular  $Z_m$  por valores críticos da mistura,  $Z_m = Z(p_{crm}, T_{crm})$ . Os dois métodos não são equivalentes. Maior precisão é obtido pelos valores individuais, conforme mostrado na tabela. Note, contudo, que o cálculo de  $Z$  pelo método dos valores críticos individuais é muito mais caro computacionalmente do que o último uma vez que terão que ser calculados para cada componente do gás.

### 8.9.3 Mistura de Gases no Escoamento em Gasodutos Convergentes

Consideremos a situação mostrada na Figura 8.9 onde dois gasodutos se encontram no ponto C. O duto AC transporta gás, aqui identificado como  $G_1$ , com uma composição contendo  $N_1$  componentes, à uma vazão  $Q^{*1}$  sob condição padrão. O duto BC transporta

gás  $G_2$ , com outra composição, contendo  $N_2$  componentes e vazão  $Q^{*2}$ , igualmente sob condição padrão. Os componentes de cada gás podem ser distintos, podendo alguns estar presentes ou não, em cada duto. Ou seja, a situação proposta é de total generalidade com relação à composição química, assim como para a condição de fluxo, como para a vazão e a pressão.



**Figura 8.9** Dutos convergentes transportando gases distintos que se misturam.

Para o gás escoando pelo duto CD deseja-se calcular: i- a composição molar; ii- as principais propriedades termodinâmicas; iii- a vazão volumétrica. Note que a vazão  $Q_m$  *in situ* só poderá ser estabelecida conhecendo-se a massa específica da mistura, e esta da composição molar.

Numa situação real é possível que dependendo da composição dos gases possa ocorrer uma reação química, ou um processo de interação intermolecular, conforme descrito anteriormente. Neste caso, somente uma análise detalhada, como uma *cromatografia gasosa*, poderá definir o gás da mistura. Admitindo que tal situação não aconteça a composição da mistura pode ser obtida de um balanço de massa com base nas relações de número de mols por quilograma de cada gás.

Conhecida a composição de cada gás definimos a fração molar do componente-i do gás- $\alpha$  ( $\alpha= 1,2$ ) como  $y_{\alpha i}$ . De (8.80)

$$c_{\alpha i} = \frac{m_{\alpha i}}{m_{\alpha tot}} = \frac{y_{\alpha i} M_i}{\sum_{i=1}^{N_{\alpha}} y_{\alpha i} M_i} \quad (8.85)$$

Dividindo  $c_{\alpha i}$  pela massa molecular do componente-i obtém-se o número de kmols do componente para cada quilograma da mistura que compõe o gás

$$x_{\alpha i} = \frac{c_{\alpha i}}{M_i} = \frac{y_{\alpha i} M_i}{M_i \sum_{i=1}^{N_{\alpha}} y_{\alpha i} M_i} = \frac{y_{\alpha i}}{\sum_{i=1}^{N_{\alpha}} y_{\alpha i} M_i} \quad (kmol/kg) \quad (8.86)$$

Desta forma a fração molar de um componente-i para o gás- $\alpha$  é obtida dividindo esta expressão pela soma de todos os componentes

$$y_{\alpha i} = \frac{x_{\alpha i}}{\sum_{i=1}^{N_{\alpha}} x_{\alpha i}} \quad (8.87)$$

Este valor é, evidentemente, o mesmo da fração molar definido em (8.81). Note que ao levar (8.86) em (8.87) deve ser lembrado que  $\sum_{i=1}^{N_{\alpha}} y_{\alpha i} = 1$ .

Portanto, no processo de mistura dinâmica (em escoamento) dos gases  $G_1$  e  $G_2$  o fluxo de massa de cada componente deve obedecer a equação de conservação,

$$\dot{m}_{G_1} = \rho_{G_1}^* Q_{G_1}^* \quad ; \quad \dot{m}_{G_2} = \rho_{G_2}^* Q_{G_2}^* \quad ; \quad \dot{m}_{G_m} = \dot{m}_{G_1} + \dot{m}_{G_2} = \rho_{G_m}^* Q_{G_m}^* \quad (8.88)$$

onde os asteriscos indicam condição padrão ( $p=p_{atm}$  e  $T=20^\circ C$ ). Como usualmente a vazão volumétrica padrão ( $MMm^3/d$ ) é especificada, as massas específicas são calculadas por

$$\rho_{\alpha}^* = \frac{p^{std}}{R_{g\alpha} T^{std}} = \frac{M_{w\alpha} p^{std}}{R^* T^{std}} \quad (8.89)$$

onde  $R^*$  é a constante universal dos gases e  $M_{w\alpha}$  a massa molecular do gás- $\alpha$ . Logo, da conservação de massa do componente-i

$$x_{mi} \dot{m}_{G_m} = x_{1i} \dot{m}_{G_1} + x_{2i} \dot{m}_{G_2} \quad (8.90)$$

então

$$x_{mi} = \frac{x_{1i}\dot{m}_{G_1} + x_{2i}\dot{m}_{G_2}}{\dot{m}_{G_m}} \quad (8.91)$$

onde  $x_{mi}$  representa a fração de massa do componente- $i$  da mistura de  $G_1$  com  $G_2$ . Desta forma, de (8.87), a fração molar do componente- $i$  da mistura tem por expressão

$$y_{mi} = \frac{x_{mi}}{\sum_{i=1}^{N_m} x_{mi}} \quad (8.92)$$

Assim a composição do gás de mistura de  $G_1$  com  $G_2$  é obtida desde que reações químicas ou interações moleculares não aconteçam. Um exemplo para mistura de dois dutos convergentes é apresentado no Exercício-8.9.

## Exercícios

**Exercício 8.1** Ar escoia sob condição subsônica num duto isolado termicamente com diâmetro de 1 polegada. Admitindo que o fator de atrito de Darcy seja igual a 0,024, pede-se estimar: a) o comprimento do duto necessário para acelerar o escoamento de  $Ma_1=0,10$  até  $Ma_2=0,50$ ; b) o comprimento adicional que seria necessário para que  $Ma_2$  seja sônico,  $Ma_2=1,0$ .

**Solução:** a) Acelerar escoamento de  $Ma_1=0,10$  até  $Ma_2=0,50$ . Este problema é uma simples aplicação do §8.1, em particular, das Eqs. (8.6) e (8.7). Consultamos a Tabela C.2, Apêndice C, que relaciona os valores do produto  $fL/D$  em função do número de Mach. Na realidade, a tabela foi gerada a partir da Eq. (8.6) para vários valores de Mach e  $\gamma=1,4$  (ar). Assim

$$\bar{f} \frac{\Delta L}{D} = \frac{0,024 \Delta L}{0,0254} = \left[ \bar{f} \frac{L^*}{D} \right]_{Ma=0.1} - \left[ \bar{f} \frac{L^*}{D} \right]_{Ma=0.5} = 66,922 - 1,069 = 65,853$$

Resolvendo para  $\Delta L$

$$\Delta L = 69,69 \text{ m}$$

b) Acelerar escoamento de  $Ma_1=0,50$  até  $Ma_2=1,0$ . Para calcular o comprimento adicional para atingir a condição de afogamento basta resolver

$$\bar{f} \frac{\Delta L}{D} = \frac{0,024 \Delta L}{0,0254} = \left[ \bar{f} \frac{L^*}{D} \right]_{Ma=0,5} = 1,069$$

logo

$$\Delta L = 1,13 \text{ m}$$

Resultado típico para esses escoamentos: são necessários cerca de 70 m para acelerar o fluido até  $Ma=0,5$  e, então, somente mais 1 m para atingir a condição sônica!

**Exercício 8.2** Ar escoia sob condição subsônica num duto isolado termicamente com diâmetro de 1 polegada. Numa seção-1 tem-se a seguinte condição  $Ma_1 = 0,10$ ,  $p_1 = 7,0$  bar (abs),  $T_1 = 75$  °C. Numa seção a jusante o número de Mach é 0,50; pede-se estimar a pressão, temperatura, velocidade e a pressão de estagnação. Admitir fator de atrito de Darcy igual a 0,022.

**Solução:** Cálculo preliminar: avaliar alguns parâmetros na seção-1 (onde  $Ma = 0,10$ )

$$V_1 = Ma_1 c_1 = 0,10 \sqrt{1,4 \times 287 \times 348,2} = 37,4 \text{ m/s}$$

$$p_{o1} = p_1 (1 + 0,2 Ma_1^2)^{3,5} = 7 \times 10^5 \times (1 + 0,2 \times 0,1^2)^{3,5} = 7,05 \text{ bar}$$

$$T_{o1} = T_1 (1 + 0,2 Ma_1^2) = 348,2 \times (1 + 0,2 \times 0,1^2) = 348,9 \text{ K } (=75,7^\circ\text{C})$$

Da Tabela C.2, Apêndice C, encontramos as seguintes relações

Seção	Ma	$p/p^*$	$T/T^*$	$V/V^*$	$p_o/p_o^*$
1	0,1	10,9435	1,1976	0,1094	5,822
2	0,5	2,138	1,1429	0,5345	1,34

Com esses valores calculam-se as variáveis na seção-2

$$p_2 = p_1 \frac{p_2}{p^*} \frac{p^*}{p_1} = 7 \times 10^5 \frac{2,1380}{10,9435} = 1,367 \text{ bar}$$

$$T_2 = T_1 \frac{T_2}{T^*} \frac{T^*}{T_1} = 348,2 \frac{1,1429}{1,1976} = 332,3 \text{ K } (=59,1^\circ\text{C})$$

$$V_2 = V_1 \frac{V_2}{V^*} \frac{V^*}{V_1} = 37,4 \frac{0,5345}{0,1094} = 182,7 \text{ m/s}$$

$$p_{o2} = p_{o1} \frac{p_{o2}}{p_o^*} \frac{p_o^*}{p_{o1}} = 7,05 \frac{1,3398}{5,8213} = 1,62 \text{ bar}$$

Observe a redução de 77% na pressão de estagnação devido ao atrito viscoso. As formulas facilitam muito os cálculos. Pode-se obter esses resultados também a partir das equações de conservação, como a Eq. (8.8).

**Exercício 8.3** Um tanque contém ar comprimido na seguinte condição:  $p_0 = 200 \text{ kPa (abs)}$ ,  $T_0 = 35 \text{ °C}$  que alimenta um duto de 30 mm de diâmetro interno. Admitindo que o fator de atrito médio seja 0,020, e que a velocidade numa seção-1 é de 100 m/s, calcular: a) o maior comprimento para o duto para esta condição; b) o fluxo de massa se o comprimento do duto é de 7 m; c) o fluxo de massa se o comprimento do duto é de 30m.

**Solução:** a) Comprimento do duto. Calculemos o valor de alguns parâmetros na seção-1.

$$T_1 = T_{01} - \frac{V_1^2}{2c_p} = 308,2 - \frac{100^2}{2 \times 1005} = 303,2 \text{ K} \quad (= 30 \text{ °C})$$

$$c_1 = \sqrt{1,4 \times 287 \times 303,2} = 349 \text{ m/s}$$

$$Ma_1 = \frac{V_1}{c_1} = \frac{100}{349} = 0,286$$

Com esse valor de Mach a Eq. (8.6) (ou Apêndice C) fornece  $fL/D = 5,654$ . Portanto, o comprimento máximo do duto, mantida esta condição, será

$$\Delta L = 5,654 \frac{D}{f} = 5,654 \times \frac{0,03}{0,02} = 8,48 \text{ m}$$

b) Fluxo de massa para  $L = 7 \text{ m}$ . O comprimento é inferior ao valor crítico de 8,48 m, logo o duto não se encontra afogado e a vazão de massa pode ser calculado a partir da condição na entrada, seção-1,

$$\rho_{01} = \frac{p_{01}}{RT_{01}} = \frac{2 \times 10^5}{287 \times 308,2} = 2,261 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_1 = \frac{\rho_{01}}{[1 + 0,2 Ma_1^2]^{2,5}} = \frac{\rho_{01}}{[1 + 0,2 \times 0,286^2]^{2,5}} = \frac{2,261}{1,0414} = 2,171$$

$$\therefore \dot{m} = \rho_1 V_1 A_1 = 2,171 \times 100 \times 0,00070 = 0,152 \text{ kg/s}$$

c) Fluxo de massa para  $L = 30 \text{ m}$ . O comprimento é agora muito superior ao valor crítico de 8,48 m; logo, o duto encontra-se afogado, correspondendo a um número de Mach de entrada  $Ma_1$  tal que

$$\frac{\bar{f}L}{D} = \frac{0,02 \times 30}{0,03} = 20,0$$

Da Tabela C.2, Apêndice C, encontramos que este valor corresponde ao número de Mach

$$Ma_1 = 0,174 \quad (61\% \text{ do valor anterior})$$

Portanto, com este valor, obtém-se a condição real na entrada

$$T_1 = \frac{T_{oi}}{1+0,2 Ma_1^2} = \frac{308,2}{1,0060} = 306,3 \text{ K} \quad (=33,1 \text{ }^\circ\text{C})$$

$$c_1 = \sqrt{1,4 \times 287 \times 306,3} = 350,8 \text{ m/s}$$

$$V_1 = Ma_1 c_1 = 0,174 \times 350,8 = 61,05 \text{ m/s} \quad \ll \quad 100,0 \text{ m/s}$$

$$\rho_1 = \frac{P_{oi}}{[1+0,2 Ma_1^2]^{2,5}} = \frac{2,261}{[1+0,2 \times 0,174^2]^{2,5}} = \frac{2,261}{1,0152} = 2,227 \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{m} = \rho_1 V_1 A_1 = 2,227 \times 61,05 \times 0,00070 = 0,0952 \text{ kg/s}$$

Portanto, para a condição especificada, o duto com 30 metros de extensão terá sua vazão limitada a 0,0952 k/s. Ou seja, o aumento do duto de 7m para 30 m causará uma redução na vazão de massa de 37% [= (0,152- 0,0952) / 0,152].

**Exercício 8.4** Ar é admitido num duto com 30 mm de diâmetro interno e 8 m de comprimento sob condição subsônica tal que, na entrada,  $p_1 = 200$  kPa (abs),  $T_1 = 50$  °C e, na saída,  $p_2 = 130$  kPa (abs). Admitindo fator de atrito de Darcy médio de 0,025, calcular a vazão de massa no duto para as seguintes hipóteses: a) escoamento isotérmico; b) escoamento adiabático.

**Solução:** a) Escoamento isotérmico. Neste caso a Eq. (8.18) se aplica; obtendo o fator

$$\frac{\bar{f}L}{D} + 2 \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{0,025 \times 8}{0,03} + 2 \ln \frac{200}{130} = 7,528$$

logo, de (8.18)

$$G = \sqrt{\frac{2^2 \times 10^{10} - 1,3^2 \times 10^{10}}{287 \times 323,2 \times 7,528}} = 181,88 \text{ kg/s-m}^2$$

A vazão global de massa será então

$$\dot{m} = GA = \frac{\pi}{4} D^2 G = \frac{\pi}{4} 0,03^2 \times 181,88 = 0,1286 \text{ kg/s}$$

Verifiquemos os números de Mach na entrada e saída do duto (temperatura é constante), Eq. (8.19)

$$Ma_1 = \frac{G}{p_1} \sqrt{\frac{RT_1}{\gamma}} = 0,234$$

$$Ma_2 = \frac{G}{p_2} \sqrt{\frac{RT_2}{\gamma}} = 0,360 < \frac{1}{\sqrt{1,4}} \quad (= 0,85)$$

Portanto, a hipótese de que o escoamento não é crítico está correta.

b) Escoamento adiabático. Uma maneira de resolver este problema para a condição adiabática é:

- arbitre um valor para  $Ma_1$
- calcule  $(fL^*/D)_1$  (para o  $Ma_1$  estimado) e subtraia o comprimento  $L$  para obter  $(fL^*/D)_2$
- calcule  $p_1/p_2 = (p_1/p^*)/(p_2/p^*)$
- verifique se  $p_2/p_1$  é igual ao valor especificado  $(p_2/p_1)_{esp}$
- se igual, a solução foi encontrada
- se diferente, tente novo  $Ma_1$  e reinicie o processo utilizando algum critério para buscar convergência.

Uma dificuldade para este procedimento consiste em obter um bom valor inicial para o número de Mach na entrada. Uma saída para isso é utilizar a solução do problema isotérmico como estimativa inicial.

**Exercício 8.5** Ar entra num duto com 40 mm de diâmetro sob a condição de estagnação:  $p_o = 150$  kPa (abs),  $T_o = 400$  K (126,2 °C). Na seção de entrada a velocidade é de 120 m/s – admitido fator de atrito médio igual a  $f = 0,025$ . Para condição de fluxo adiabático determinar: a) o comprimento máximo para esta condição; b) a vazão de massa para um duto com 5 m de comprimento; c) a vazão de massa para um duto com 20 m de comprimento.

**Solução:** a) cálculo de alguns parâmetros na seção-1

$$T_1 = T_o - \frac{V_1^2}{2c_p} = 400 - \frac{120^2}{2 \times 1005} = 392,8 \text{ K} \quad (= 119,6 \text{ °C})$$

$$c_1 = \sqrt{1,4 \times 287 \times 392,8} = 397,3 \text{ m/s}$$

$$Ma_1 = \frac{V_1}{c_1} = \frac{120}{397} = 0,302$$

Com este valor de Mach, de (8.6) (ou Apêndice C),  $fL/D = 5,299$ . Portanto, o comprimento máximo do duto para esta condição será

$$\Delta L = 5,299 \frac{D}{f} = 5,299 \times \frac{0,04}{0,025} = 8,47 \text{ m}$$

b) Fluxo de massa para  $L = 5$  m. O comprimento é inferior ao valor crítico de 8,47 m, logo o duto não se encontra afogado e a vazão de massa pode ser calculada a partir da condição na entrada, seção-1,

$$\rho_{o1} = \frac{p_{o1}}{RT_{o1}} = \frac{1,5 \times 10^5}{287 \times 400} = 1,306 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_1 = \frac{\rho_{o1}}{[1 + 0,2 Ma_1^2]^{2,5}} = \frac{1,306}{[1 + 0,2 \times 0,302^2]^{2,5}} = \frac{1,306}{1,0452} = 1,249$$

$$\therefore \dot{m} = \rho_1 V_1 A_1 = 1,249 \times 120 \times 0,00125 = 0,187 \text{ kg/s}$$

c) Fluxo de massa para  $L = 20$  m. O comprimento é agora muito superior ao valor crítico de 8,47 m, logo o duto encontra-se afogado, correspondendo a um número de Mach de entrada  $Ma_1$  tal que

$$\frac{\bar{f}L}{D} = \frac{0,025 \times 20}{0,04} = 12,5$$

Da Tabela C.2, Apêndice C, encontramos que este valor corresponde ao Mach

$$Ma_1 = 0,222 \quad (73\% \text{ do valor anterior})$$

Para este valor obtém-se a nova condição na entrada

$$T_1 = \frac{T_{oi}}{1+0,2 Ma_1^2} = \frac{400}{1,0060} = 396,1 \text{ K} \quad (=122,9 \text{ }^\circ\text{C})$$

$$c_1 = \sqrt{1,4 \times 287 \times 396,1} = 398,9 \text{ m/s}$$

$$V_1 = Ma_1 c_1 = 0,222 \times 398,1 = 88,5 \text{ m/s} \quad \ll 120 \text{ m/s}$$

$$\rho_1 = \frac{\rho_{oi}}{[1+0,2 Ma_1^2]^{2,5}} = \frac{1,306}{1,0248} = 1,274 \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{m} = \rho V_1 A_1 = 1,274 \times 88,5 \times 0,00125 = 0,141 \text{ kg/s}$$

Logo, o aumento do duto de 5 m para 20 m causa uma redução na vazão de massa de 25% [= (0,187-0,141) / 0,187].

**Exercício 8.6** - Um gasoduto transporta gás natural entre duas cidades de acordo com dados indicados nas duas Tabelas a seguir. A partir das informações disponíveis neste texto pede-se obter alguns parâmetros do escoamento, como as distribuições de: pressão, temperatura, velocidade, massa específica, e massa e volume total de gás (estocagem) em toda extensão do duto.

**Tabela 6.6.1** - Parâmetros do escoamento

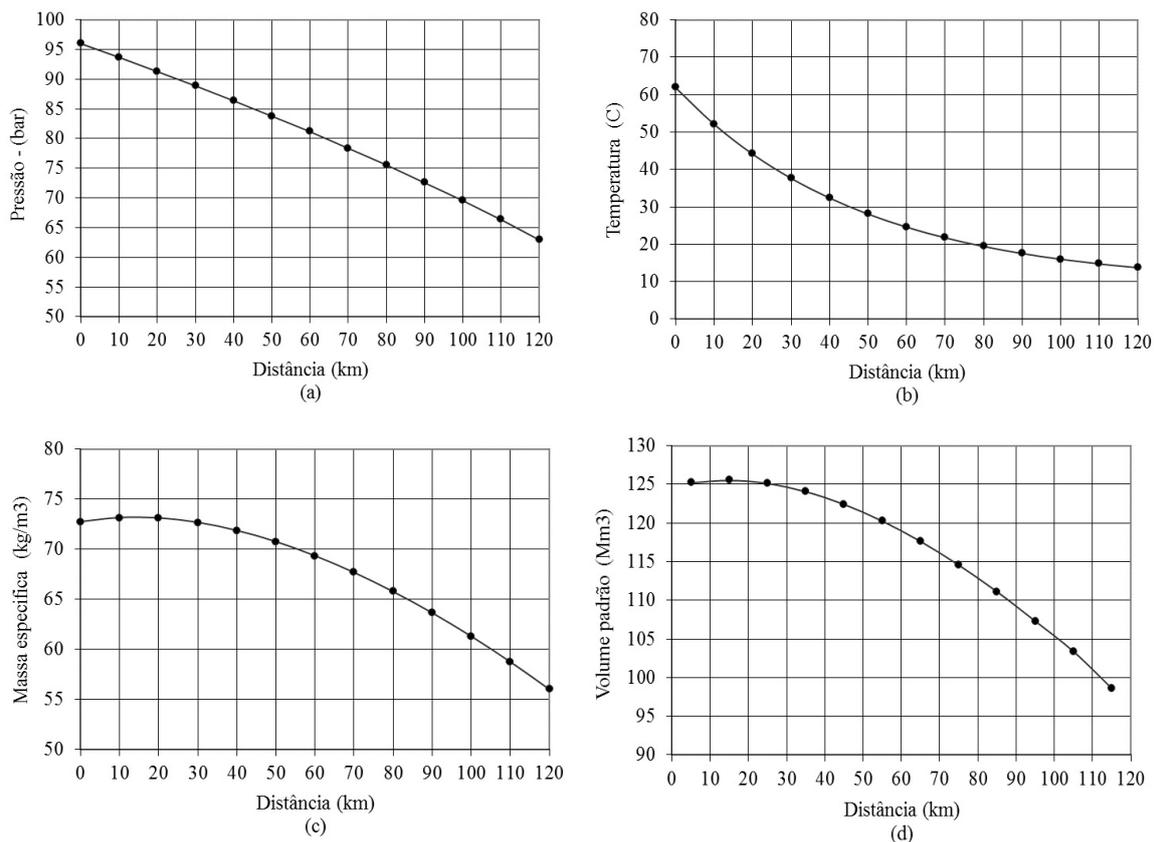
Parâmetro	Variável	Valor	Unidade
Extensão	L	120	km
Diâmetro nominal - Schedule-80	D	16	pol
Diâmetro interno	Di	0,4064	m
Pressão entrada	P <sub>1</sub>	96	bar
Pressão saída	P <sub>2</sub>	63	bar
Temperatura ambiente	Text	22	°C
Fator de atrito médio	f	0,0091	-
Fator compressibilidade	Z	0,87	-
Massa molecular (Tab. 6.2)	Mg	18,171	kg/kmol
Pressão crítica (Tab. 6.2)	Pcr	46,1	bar
Temperatura crítica (Tab. 6.2)	Tcr	203,06	K
Constante do gás	Rg	457,43	J/kg-K
Densidade relativa	γg	0,6274	-
Massa específica do gás	ρg	0,7554	kg/m <sup>3</sup>
Vazão normal	Qstd	6	MMm <sup>3</sup> /d
Vazão de massa	mg	52,459	kg/s
Calor específico pressão constante	cp	1942	J/kg-K
Coef. global transferência calor	Ug	2,1	W/m-K
Coef. médio de Joule-Thomson	μg	9,5	K/Pa
Massa específica do ar	ρa	1,204	kg/m <sup>3</sup>
Número de Reynolds (calculado)	Re	9,5×10 <sup>6</sup>	-
Velocidade gás - saída (calculado)	V <sub>2</sub>	7,37	m/s
Velocidade erosão - saída (calculado)	Vers	16	m/s

**Tabela 6.6.2** - Composição do gás (Gasbol-2009)

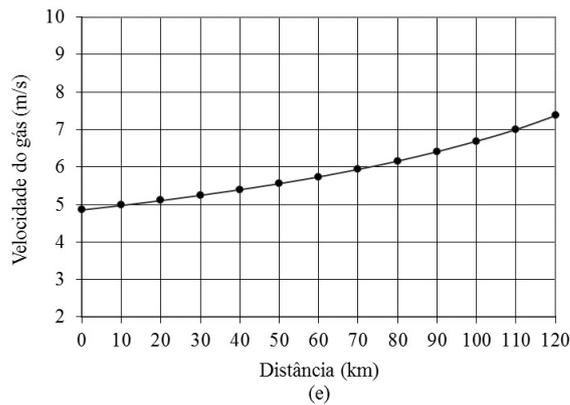
Componente	Fração	P <sub>c</sub>	y <sub>i</sub> P <sub>ci</sub>	T <sub>c</sub>	y <sub>i</sub> T <sub>ci</sub>	m <sub>ci</sub>	y <sub>i</sub> m <sub>ci</sub>
Metano	0,8913	4,60	4,1000	190,4	169,704	16,040	14,296
Etano	0,0651	4,88	0,3177	305,4	19,882	30,070	1,958
Propano	0,0162	4,25	0,0689	369,8	5,991	44,097	0,714
I-Butano	0,0021	3,65	0,0077	408,0	0,857	58,124	0,122
N-Butano	0,0036	3,80	0,0137	425,0	1,530	58,124	0,209
I-Pentano	0,0011	3,39	0,0037	460,0	0,506	72,151	0,079
N-Pentano	0,0009	3,37	0,0030	469,7	0,423	72,151	0,065
Hexano	0,0010	3,01	0,0030	507,5	0,508	86,178	0,086
Nitrogênio	0,0114	3,39	0,0386	126,2	1,439	28,016	0,319
CO <sub>2</sub>	0,0073	7,38	0,0539	304,1	2,220	44,010	0,321
<b>Total</b>	<b>1,0000</b>		<b>4,6102</b>		<b>203,057</b>		<b>18,171</b>

## Solução

As distribuições de pressão, temperatura, velocidade, massa específica e volume normal (condição padrão) estão indicadas nos gráficos. As expressões para a pressão e temperatura são obtidas a partir das Eqs. (8.46) e (9.52), respectivamente; enquanto a distribuição de massa específica é obtida de (8.26). A partir de então a massa total de gás no duto é calculada pela equação (8.38a), realizando uma integração numérica pela regra de Simpson estendida conforme mostrado em (8.38b). Utilizando uma integração com 12 subintervalos de 10 km (=120/12) chega-se aos seguintes valores: massa total= 1.054.311 kg, equivalente a 1.395.679 m<sup>3</sup> padrão. Note que  $M_{tot} = \rho^* Vol^*$ , onde os asteriscos referem-se à condição padrão ( $p = atm$ ,  $T = 20\text{ }^\circ C$ ), no presente caso,  $\rho^* = 0,7554\text{ kg/m}^3$  (Tabela 6.6.1). Observe que o volume total de gás pode ser obtido também a partir da soma dos volumes indicados na Fig. 6.6.1d, embora com pequeno erro quando comparado com o procedimento mais preciso de Simpson.



**Figura 6.6.1-** Distribuição de parâmetros ao longo de gasoduto de 16" com 120km: (a) Distribuição de pressão; (b) Distribuição de temperatura - inclui efeito Joule-Thomson; temperatura externa de 22 °C; (c) Distribuição de massa específica; (d) Distribuição de volume padrão (condição normal), para cada 10 km. Observe massa específica e volume padrão máximo em torno de 20 km da entrada, devido à queda acentuada da temperatura na região.



**Figura 6.6.2-** Distribuição de velocidade ao longo do duto, Eq. (8.34). Valor máximo de 7,37 m/s na saída. Velocidade de erosão neste local, Eq. (8.36), de 16 m/s.

Ressalte-se que a distribuição da temperatura incluiu o efeito Joule-Thomson, estudado no Capítulo 9. Para o presente caso o duto é admitido encontrar-se aproximadamente na horizontal (desprezando o efeito gravitacional), acima do solo, com um isolamento térmico com coeficiente global de transferência de calor  $U_G = 2,1 \text{ W/m-K}$  (Tabela 6.6.1), assunto igualmente tratado no Capítulo 9, sob temperatura externa de 22 °C. O resultado, Fig. 6.6.1b, indica uma queda significativa da temperatura, sobretudo no trecho inicial – provavelmente próximo de uma estação de compressão –, provocando um aumento gradativo da massa específica do gás na região, conforme sugerido pela Eq. (8.32a). Note-se que a partir do quilometro 70 a temperatura no interior do duto segue inferior à temperatura externa, resultado do efeito Joule-Thomson (resfriamento do gás), chegando ao final com 13,8 °C. Portanto, entre 70 e 120 km o gás está recebendo calor do exterior; não cedendo, como nos 70 km iniciais.

A sequência de Figuras 6.6.1 mostra uma variação expressiva ao longo do duto da massa específica e do volume de gás disponível (estoque), iniciando com algo da ordem de 125.200 m<sup>3</sup> e terminando com 98.600 m<sup>3</sup> a cada intervalo de 10 km. Está claro que o estoque de gás varia sensivelmente ao longo do duto, resultado, sobretudo, da queda de pressão e da conseqüente redução da massa específica. Admitindo regime de escoamento permanente, a continuidade da vazão de massa requer um aumento gradativo da velocidade de gás, conforme observado na Fig. E6.6.2e. Neste caso a velocidade terminal é de 7,37 m/s, correspondente a 46% da velocidade de erosão local de 16 m/s. O resultado sugere que a vazão nominal de 6 MMm<sup>3</sup>/d está dentro do limite aceitável para esta instalação.

Importante ressaltar ainda que os resultados aqui mostrados referem-se à condição de fluxo sob regime permanente. Um duto de gás com esta extensão dificilmente opera nesta condição; pressões e vazões devem variar com o tempo, mesmo para condição operacional "estável". Na prática é comum observar variações temporais continuadas desses parâmetros, tendo como conseqüência o aparecimento de um termo de acumulação de massa ao longo da linha, variável com o tempo. Uma análise precisa do processo requererá uma simulação computacional para regime não-permanente, ou a observação de medições de pressão ao longo do duto, por exemplo.

**Exercício 8.7** Gases são transportados em dois gasodutos numa configuração similar àquela mostrada na Figura 8.9. A composição dos gases encontra-se descrita nas Tabelas G1 e G2 abaixo. As vazões volumétricas são de 8 e 3 MMm<sup>3</sup>/d para G1 e G2. O resultado da mistura Gm consta da Tabela Gm. A Tabela H mostra ainda o resultado das principais constantes PVT dos três gases. A metodologia para construção das Tabela Gm (primeira. coluna, para a fração molar da mistura) e H, foi aquela desenvolvida no parágrafo 8.9.3. Todos os cálculos foram realizados por um programa numérico em Fortran.

**Solução:**

A composição de G1 é a mesma do exercício B2 no Apêndice B, §B7. O gás possui 9 componentes e a Tabela G1 mostra os resultados para algumas das propriedades PVT. Por outro lado, a composição de G2 foi arbitrariamente escolhida, talvez não sendo próxima de nenhuma situação real. Dois componentes (Oxigênio e Gás Sulfídrico) não constam da composição do gás G1; de forma similar, cinco componentes de G1 (n-Butano, Hexanas, Heptano, Nitrogênio e CO<sub>2</sub>) não estão presentes em G2. Tanto a composição (componentes), quanto as frações volumétricas, constituem situações bastante distintas para os dois gases. O objetivo foi realçar o resultado da mistura que escoará pelo trecho CD na figura 8.8. Finalmente, a Tabela H resume as frações molares dos três gases, enquanto a Tabela I as propriedades PVT; ou seja, peso molecular, constante do gás e valores críticos para a pressão e temperatura. Note que as propriedades da mistura ocorrem para valores intermediários daquelas dos gases G1 e G2.

**Tabela G1-** Composição do gás G1

Componente	Fração molar (y)	P <sub>c</sub> MPa	y <sub>i</sub> P <sub>ci</sub>	T <sub>c</sub> K	y <sub>i</sub> T <sub>ci</sub>	m <sub>ci</sub> g/mol	y <sub>i</sub> m <sub>ci</sub> g/mol
Metano	0,9512	4,6	4,376	190,4	181,11	16,04	15,26
Etano	0,0242	4,88	0,118	305,4	7,39	30,07	0,728
Propano	0,0031	4,25	0,013	369,8	1,15	44,1	0,137
i-Butano	0,0005	3,65	0,002	408	0,2	58,12	0,029
n-Butano	0,0002	3,8	0,001	425	0,08	58,12	0,011
Hexanas	0,0002	3,01	0,001	507,5	0,1	86,18	0,017
Heptano+	0,0006	2,87	0,002	540,3	0,32	100,2	0,06
Nitrogênio	0,013	3,39	0,044	126,2	1,64	28,02	0,364
CO <sub>2</sub>	0,007	7,38	0,052	304,1	2,31	44,01	0,308
	1		4,6074		194,13		16,915

**Tabela G2-** Composição do gás G2

Componente	Fração molar (y)	p <sub>c</sub> MPa	y <sub>i</sub> P <sub>ci</sub>	T <sub>c</sub> K	y <sub>i</sub> T <sub>ci</sub>	m <sub>ci</sub> g/mol	y <sub>i</sub> m <sub>ci</sub> g/mol
Metano	0,7112	4,6	3,272	190,4	135,41	16,04	11,41
Etano	0,2255	4,88	1,1	305,4	68,87	30,07	6,781
Propano	0,0341	4,25	0,145	369,8	12,61	44,1	1,504
i-Butano	0,0074	3,65	0,027	408	3,02	58,12	0,43
Oxigênio	0,0045	5,04	0,023	154,6	0,7	31	0,144
Gás sulfídrico	0,0173	8,96	0,155	373	6,45	34,08	0,59
	1		4,722		227,06		20,858

**Tabela Gm-** Composição do gás de mistura Gm (G1 + G2).

Componente	Fração molar (y)	p <sub>c</sub> MPa	y <sub>i</sub> p <sub>ci</sub>	T <sub>c</sub> K	y <sub>i</sub> T <sub>ci</sub>	m <sub>ci</sub> g/mol	y <sub>i</sub> m <sub>ci</sub> g/mol
Metano	0,8857	4,6	4,074	190,4	168,65	16,04	14,21
Etano	0,0791	4,48	0,386	305,4	24,16	30,07	2,379
Propano	0,0116	4,25	0,049	369,8	4,27	44,1	0,51
i-Butano	0,0024	3,65	0,009	408	0,97	58,12	0,138
n-Butano	0,0001	3,8	0,001	425	0,06	58,12	0,008
Hexanas	0,0001	3,01	0,001	507,5	0,07	86,18	0,013
n-Heptano	0,0004	2,87	0,001	540,3	0,24	100,21	0,044
Nitrogênio	0,0095	3,39	0,032	126,2	1,19	28,02	0,265
Oxigênio	0,0012	5,04	0,006	154,6	0,19	32	0,039
Dióxido de C	0,0051	7,38	0,038	304,1	1,55	44,01	0,224
Gás sulfídrico	0,0047	8,96	0,042	373	1,76	34,08	0,161
	1		4,639		203,11		17,99

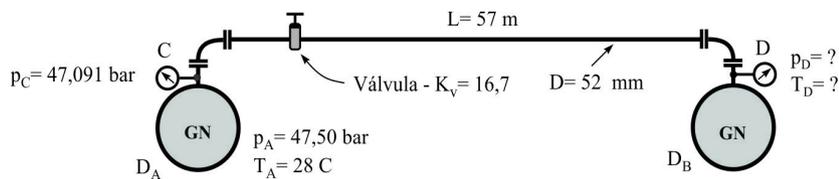
**Tabela H-** Composição molar dos gases.

Componente	G1	G2	Gm (mistura)
Metano	0,9512	0,7112	0,8857
Etano	0,0242	0,2255	0,0791
Propano	0,0031	0,0341	0,0116
i-Butano	0,001	0,0074	0,0024
n-Butano	0,0002	---	0,0001
Hexanas	0,0002	---	0,0001
n-Heptano	0,0006	---	0,0004
Nitrogênio	0,0013	---	0,0095
Oxigênio	---	0,0045	0,0012
Dióxido de C	0,0070	---	0,0051
Gás sulfídrico	---	0,0173	0,0047
	1	1	1

**Tabela I-** Constantes PVT e vazões dos gases.

Propriedade	G1	G2	Gm
Peso molecular (kmol/kg)	16,915	20,858	17,99
Massa específica (kg/m <sup>3</sup> )	0,703	0,867	0,748
Constante do gás - R <sub>g</sub> (kJ/kg-K)	491,55	398,63	462,17
Pressão crítica (MPa)	4,607	4,722	4,639
Temperatura crítica (K)	192,13	227,06	203,11
Vazão cond. padrão (MMm <sup>3</sup> /d)	8	3	11

**Exercício 8.8.** Gás natural ( $\gamma=c_p/c_v=1,29$  e densidade  $\lambda=0,65$ ) é transferido entre dois gasodutos  $D_A$  e  $D_B$  por um duto de aço forjado conforme esquematizado. O duto conector tem comprimento total de 57 m (incluindo as duas curvas), diâmetro interno de 52 mm e rugosidade relativa de 0,0016. O duto  $D_A$  encontra-se à pressão de 47,5 bar (man) e 28 °C. Na entrada do duto conector está um manômetro indicando pressão de 47,091 bar (man), indicado na figura. O duto conector possui duas curvas flangeadas com coeficientes de perda localizada (cada) igual a 1,7. Uma válvula de controle de fluxo está instalada próximo de  $D_A$  com coeficiente  $K_v=16,7$ . O sistema está isolado termicamente. Calcular: (a) a vazão de massa (kg/s) entre os dois dutos; (b) a pressão e a temperatura no ponto D (próximo da entrada de  $D_B$ ); (c) o valor de  $K_v$  (válvula) para o qual o escoamento estará afogado. Sugestão: Calcular o fator de atrito admitindo escoamento totalmente rugoso pela equação de Nikuradse (3.2.29).



### Solução:

Hipótese: Admitir condição de estagnação nos dois dutos – baixas velocidades.

1) Cálculos preliminares. Coeficiente de atrito: admitindo número de Reynolds elevado ( $Re > 10^6$ ) o escoamento pode ser considerado totalmente turbulento. Da equação de Nikuradse para tubulação rugosa

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,14 - 0,87 \ln(0,0016) = 6,741 \quad \therefore \quad f = 0,0220$$

2) Ponto-A. Da condição isentrópica calcula-se o número de Mach em C (pressões absolutas...)

$$\frac{p_o}{p} = \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \quad \therefore \quad \frac{48,513}{48,104} = \left[ 1 + 0,145 Ma_C^2 \right]^{4,448} \quad \therefore \quad Ma_C = 0,1146$$

De (8.6) obtém-se para a perda de carga, sem perdas locais, (para  $Ma_C = 0,1146$ ),  $fL_C^*/D = 54,50 \quad \therefore \quad L_C^* = 54,5 \times 0,052 / 0,022 = 128,8$  m. Assim, ao incluir as perdas localizadas

$$\frac{fL_{CReal}^*}{D} + 2K_c + K_v = 54,50 \quad \therefore \quad \frac{fL_{CReal}^*}{D} = 54,50 - 3,4 - 16,7 = 34,40 \quad \therefore \quad L_{CReal}^* = 81,31 \text{ m}$$

Portanto o afogamento se dará para  $L_c = 81,31$  m (com as perdas incluídas). Como o duto tem 57 m < 81,31, este não está afogado (seu comprimento é inferior ao comprimento crítico, incluindo as perdas localizadas). Da condição em  $D_A$  ( $T_{oA} = 273,2 + 28 = 301,2$  K);  $T_o =$  constante ao longo do duto 57 m.

$$\frac{T_o}{T_C} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_C^2 = 1 + 0,145 \times 0,1146^2 \quad \therefore \quad T_C = 300,6K \quad (27,4 \text{ } ^\circ C)$$

De (7.28) a função  $F_1(\gamma, Ma)$  aplicada no ponto-C ( $R_g = R_{ar}/\lambda$ , e  $A = \pi \times 0,052^2/4 = 0,0021237$ )

$$\dot{m} = \gamma^{1/2} Ma_C \frac{A p_C}{\sqrt{\frac{R_{ar}}{\lambda} T_C}} = 1,29^{1/2} \times 0,1146 \times \frac{0,0021237 \times 48,104 \times 10^5}{\sqrt{287 \times 300,6/0,65}} = 3,650 \text{ kg/s}$$

3) Ponto-D.  $\Delta L_D^* = 81,31 - 57,0 = 24,31$  m (comprimento em D para se chegar a  $Ma = 1$  na saída). Logo,  $f \Delta L_D^*/D = 0,0220 \times 24,31/0,052 = 10,285$ . Para o qual se conclui, de (8.6), que o número de Mach em D é  $Ma_D = 0,240$ . Ou seja, com esse  $Ma$  é necessário 24,31 m para se atingir  $Ma$  crítico ( $Ma_D = 1$ ) na saída.

a) Temperatura em D ( $T_{oD} = 28 \text{ } ^\circ C = 300,2 \text{ K} =$  temperatura de estagnação)

$$\frac{T_{oD}}{T_D} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_D^2 = 1 + 0,145 \times 0,24^2 = 1,0125 \quad \therefore \quad T_D = 298,7 \text{ K} \quad (25,5 \text{ } ^\circ C)$$

b) Pressão em D: de (8.8a), para  $\gamma = 1,29$ ,  $Ma_A = 0,1146$  e  $Ma_D = 0,240$

$$p_D = p_A \frac{p_D/p^*}{p_A/p^*} = 48,104 \times \frac{4,3134}{9,1835} = 22,59 \text{ bar (abs)} \quad \therefore \quad 21,58 \text{ bar (rel)}$$

4) Condição na válvula de controle para afogamento ( $Ma_C = 0,1146 \therefore f L_C^*/D = 54,50$ )

$$\left(\frac{fL^*}{D}\right)_C^{new} = \left(\frac{fL^*}{D}\right)_C^{old} + 2K_c + K_v \quad \therefore \quad 54,50 = \frac{0,022 \times 57,0}{0,052} + 3,4 + K_v \quad \therefore \quad K_v = 26,98 \text{ (Resp)}$$

OBS. Uma solução admitindo condição isotérmica conduz aos resultados indicados na Tabela. Indicada também a solução adiabática, obtida acima.

Parâmetro	Adiabático	Isotérmico	Observação
Pressão de entrada	47,09	47,09	Especificado
Pressão de saída	21,58	21,58	“
Temperatura de entrada	27,4	27,4	Calculado
Temperatura de saída	25,5	25,5	”
Temperatura média	26,4	26,4	”
Mach de entrada	0,1146	0,1158	”
Mach de saída	0,24	0,2458	”
Fluxo de massa	3,651	3,720	”

**Exercício 8.9** Um gasoduto transporta gás natural entre duas localidades distantes 13,3 km. O gás tem densidade 0,72, expoente isentrópico 1,29 e viscosidade  $1,03 \times 10^{-5}$  Pa-s. Determinar a vazão e a velocidade no final da linha se a pressão (man) no ponto inicial é de 8,2 bar e no ponto de entrega é de 5 bar. As elevações, temperaturas e o fator Z nesses dois pontos são, respectivamente: (10m, 23 °C, 0,97) e (920m, 18 °C, 1,0). O diâmetro do duto é de 200 mm, enquanto a rugosidade é de 20  $\mu$ m e o fator de atrito para AGA-A igual a 0,97. Utilizando uma eficiência de duto de 100%, compare os resultados obtidos pelos nove modelos de transporte.

**Solução:** A vazão é obtida da aplicação direta de (8.41), enquanto a velocidade é calculada de (8.34). Os resultados estão resumidos na tabela a seguir. Observe que os modelos Weimouth e Fritzsche são conservadores, enquanto os valores dos modelos Teórico, IGT e AGA-B encontram-se relativamente próximos. O número de Reynolds para os respectivos modelos está compreendido no intervalo 6,5 a  $9,4 \times 10^6$ , enquanto no ponto de entrega o número de Mach têm um valor médio de 0,025, e a velocidade de erosão é de 52,7 m/s, Eq. (8.36). Os resultados mostram que as velocidades estão dentro dos valores recomendados; ou seja, entre 16% e 24% da velocidade de erosão.

Modelo	f	Re	Ma	Vel. m/s	Q <sup>std</sup> Nm <sup>3</sup> /d
Teórico	0,041	$7,3 \times 10^6$	0,024	9,84	89.730
Weimouth	1	$6,5 \times 10^6$	0,021	8,79	80.200
Panhandle-A	1	$8,0 \times 10^6$	0,026	10,85	98.960
Panhandle-B	1	$9,4 \times 10^6$	0,031	12,74	116.210
IGT	1	$7,8 \times 10^6$	0,025	10,48	95.590
Mueller	1	$8,6 \times 10^6$	0,028	11,57	105.570
Ftitzsche	1	$6,5 \times 10^6$	0,021	8,83	80.540
AGA-A	0,0164	$6,7 \times 10^6$	0,022	9,13	83.260
AGA-B	0,0127	$7,7 \times 10^6$	0,025	10,39	94.790

Obs. Mach e velocidades indicados referem-se ao ponto de entrega.

**Exercício 8.10** Um duto transporta gás natural entre duas cidades distantes 185 km. O gás tem densidade 0,56 e viscosidade  $1,31 \times 10^{-5}$  Pa-s. Determinar o diâmetro da linha para transportar  $2,5 \text{ MMm}^3/\text{d}$  se a pressão no ponto inicial é de 98 bar e no ponto de entrega de 45 bar. As elevações, temperaturas e o fator Z nesses dois pontos são, respectivamente: (10m, 25 °C, 0,90) e (415m, 19 °C, 0,92). A rugosidade do duto é de 18  $\mu\text{m}$  e o fator de atrito para AGA-A é 0,94. Utilizando uma eficiência média do duto de 95%, compare os resultados obtidos pelos nove modelos de transporte.

**Solução:** O diâmetro é obtido da Eq. (8.47). Os resultados estão resumidos na tabela a seguir. Neste exemplo há uma concordância geral para o diâmetro, em torno de 12 in. O número de Reynolds para os respectivos modelos encontra-se no intervalo de 6 a  $7,5 \times 10^6$ , enquanto, na extremidade final do duto o número de Mach têm um valor médio de 0,020; a velocidade de erosão é 20,7 m/s. Podemos concluir que as velocidades do gás para os diversos modelos estão dentro dos valores recomendados, entre 34% e 54% da velocidade de erosão. Outro ponto a ser destacado é que o gradiente de pressão médio no duto é de 28,6 kPa/km, próximo do valor recomendável, Eq. (8.37); na realidade, um pouco acima dos 25 kPa/km. Uma condição melhor poderia ser obtida para pressão no ponto de entrega mais elevada, aqui sugerido de 45 bar, um valor muito baixo para a condição de 98 bar na entrada. Alguma coisa em torno de 60 bar na entrega seria mais adequado. Outra possibilidade seria aumentar o diâmetro para 14 polegadas, mantendo-se a vazão desejada.

Modelo	f	Re	Ma	Vel. m/s	Dia mm	Dia in	Dia-nom in
Teórico	0,0113	$6,3 \times 10^6$	0,018	8,29	300	11,8	12
Weimouth	1	$6,1 \times 10^6$	0,017	7,64	312	12,29	12
Panhandle-A	1	$6,8 \times 10^6$	0,021	9,4	281	11,08	12
Panhandle-B	1	$6,8 \times 10^6$	0,022	9,64	278	10,93	12
IGT	1	$6,8 \times 10^6$	0,022	9,65	278	10,93	12
Mueller	1	$7,3 \times 10^6$	0,025	11,03	260	10,22	12
Ftitzsche	1	$6,4 \times 10^6$	0,029	8,33	299	11,77	12
AGA-A	0,0117	$6,3 \times 10^6$	0,018	8,16	302	11,89	12
AGA-B	0,0109	$6,4 \times 10^6$	0,019	8,4	298	11,71	12

Obs. Mach e velocidades indicados referem-se ao ponto de entrega.

**Exercício 8.11** Deseja-se projetar uma instalação de *blowdown* para as seguintes condições: a) diâmetro nominal do gasoduto: NPS-24 ( $D_i=590,6\text{mm}$ ); b) distância entre válvulas de bloqueio: 10,5 km; c) pressão e temperatura de estagnação:  $p_o=82\text{ bar}$  (manométrica) e  $T_o=26\text{ °C}$ ; d) gás natural com composição química definida no exemplo B.2. do Apêndice-B, §B7. Pede-se: a) para um tempo de descarga entre 45 e 60 min, o diâmetro nominal do duto e da válvula de descarga (admitir  $C_c=0,82$ ); b) a vazão mássica do sistema após 30 min. Admitir que o diâmetro da garganta da válvula totalmente aberta corresponde a 94% do diâmetro nominal.

**Solução:** Segundo o exemplo B.2 as pseudo condições críticas do gás são:  $p_{pc}=46,64\text{ bar}$  (45,63 bar relativo) e  $T_{pc}=200,4\text{ K}$  (-72,8 °C) Com esses valores as propriedades pseudo reduzidas

$$p_{pr} = \frac{82+1}{46,64} = 1,780 \quad e \quad T_{pr} = \frac{273+26}{200,4} = 1,492$$

Da Fig. B.1,  $Z_{ini}=0,84$ . Note que a densidade relativa deste gás é  $\lambda_g=16,56/28,96=0,5718$ , então,  $R_g=287/0,5718=502\text{ m}^2/\text{s}^2\text{-K}$ . O expoente isentrópico é calculado como  $\gamma=1,294$ , enquanto o valor médio de  $Z_o$  é  $Z_m=(1+0,84)/2=0,92$  e, de (8.67),  $\Gamma=0,6662$ . O volume do gasoduto é  $V_o=\pi D^2/4 \times L = \pi \times 0,59^2/4 \times 10500 = 2.877\text{ m}^3$ .

A) De (8.72) e  $t=60\text{ min}$

$$\varepsilon = \frac{1}{t_{fin}} \ln \frac{p_{ini}}{p_{fin}} = \frac{1}{60 \times 60} \times \ln(83/1) = 1,227 \times 10^{-3}$$

e, de (8.71)

$$A_v = \frac{\varepsilon V_o}{\Gamma C_c \sqrt{Z_m R_g T_o}} = \frac{1,227 \times 10^{-3} \times 2877}{0,6662 \times 0,82 \times \sqrt{0,92 \times 502 \times 299}} = 0,01739\text{ m}^2$$

Correspondendo um diâmetro na válvula de 149 mm. Segundo os dados do problema, o diâmetro nominal é  $D_{nom}=149/0,94=158,5\text{ mm}$ . Portanto,  $A_{nom}=A_v/0,94^2=0,01739/0,8836=0,0197\text{ m}^2$ . Um duto padrão próximo deste é o NPS-6 ( $D_i=154,1\text{mm}$ ), para o qual a seção na válvula será:  $A_v=0,94^2 \times (\pi \times 0,1541^2/4) = 0,0165\text{ m}^2$ . Para esta escolha o tempo de descarga é de 63 minutos, sugerindo a escolha do NPS-6.

B) De (8.75)  $\dot{m}_{bini} = 210,7\text{ kg/s}$ . De (8.74) a pressão em  $t=30\text{ min}$  (1800s) é  $p(1800)=83 \times 0,101 = 8,4\text{ bar}$  (após duas iterações para determinar o valor de  $\varepsilon = 1,273 \times 10^{-3}$ , função de  $Z_o=0,99$ , e  $p_o=8,4\text{ bar}$ ). De (8.76), conclui-se, finalmente,

$$\dot{m}_b = 210,7 \times \sqrt{0,99/0,84} \times e^{-1,273 \times 10^{-3} \times 1800} = 23,1\text{ kg/s}$$

Portanto, após cerca de metade do tempo (30min) de descarga a vazão cai para 11% da inicial (210,7 kg/s), permanecendo o fluxo crítico (afogado). Veja também o problema 11.2 no Capítulo 11.

