

6 Aplicações de Escoamento Viscoso

Neste capítulo consideramos algumas aplicações práticas envolvendo o escoamento de fluidos reais em dutos, particularmente líquidos.

6.1 Três Problemas para Dutos

Problemas envolvendo o escoamento de líquidos (considerados aproximadamente incompressíveis) incluem seis variáveis: Δp_f , Q , D , L , v e ε . Em geral o comprimento, a viscosidade cinemática e a rugosidade (L, v, ε) são conhecidos. Desta forma, na prática corrente de engenharia identificamos três tipos distintos de problemas envolvendo as três outras incógnitas: a queda de pressão Δp_f , a vazão Q e o diâmetro D . Em cada um dos casos as equações de Darcy-Weisbach, de continuidade, e Colebrook (ou outra mais adequada) são utilizadas para encontrar a quantidade desconhecida. A Tabela 6.1 resume essas situações. Descrevemos a seguir o procedimento geral para solução desses casos.

Tabela 6.1 Três problemas para dutos

Tipo	Variáveis Especificadas	Incógnitas
I	Q, L, D, v, ε	h_f
II	$h_f, L, D, v, \varepsilon$	Q
III	$h_f, Q, L, v, \varepsilon$	D

Destaque-se que toda vez que se fizer referência ao diagrama de Moody, se está admitindo que equações analíticas podem ser utilizadas (como a de Colebrook, embora não exclusivamente esta), sobretudo quando o cálculo estiver sendo feito por computador. Raramente utilizamos hoje em dia soluções gráficas, ou manuais.

6.1.1 Problema-I – Cálculo da Perda de Carga

A solução deste caso é bastante direta. Com as variáveis conhecidas estima-se o número de Reynolds $Re = VD/v = 4Q/\pi Dv$, enquanto f pode ser encontrado diretamente das

equações de Colebrook, Haaland etc., ou do gráfico de Moody. A substituição de f na equação de Darcy-Weisbach fornece o valor da perda de carga devido ao atrito viscoso; ou seja, da Eq. (4.1.4)

$$\Delta p = \rho g h_f = \left[\frac{fL}{D} \frac{\rho}{2A^2} \right] Q^2 = K_f Q^2 \quad (6.1.1)$$

onde, para dutos circulares,

$$K_f = \frac{fL}{D} \frac{\rho}{2A^2} = \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho f L}{D^5} \quad (6.1.2)$$

6.1.2 Problema-II – Cálculo da Vazão

Neste caso, tanto V quanto f são desconhecidos. Uma vez que ε/D é conhecido, um valor aproximado de f pode ser obtido a partir das equações de Nikuradse ou Haaland, (3.2.29-31), por exemplo, admitindo que o escoamento seja totalmente turbulento. Com f a equação de Darcy-Weisbach produz um valor aproximado para V , para o qual o número de Reynolds é calculado. Com este valor de Reynolds um valor mais preciso pode ser obtido para f e, em seguida, para V , ou vazão. O procedimento iterativo pode ser interrompido quando f repetir pelo menos três algarismos significativos.

A partir das equações de energia (2.4.23) e de Darcy-Weisbach (3.1.14) obtém-se a expressão para a vazão, aqui com o termo devido à gravidade

$$Q = \frac{\pi}{\sqrt{8}} \frac{1}{\sqrt{f}} \left[\frac{p_1 - p_2 + \rho g (z_1 - z_2)}{\rho L} \right]^{0,5} D^{2,5} \quad (6.1.3)$$

onde o fator de atrito f pode ser estimado a partir da equação de Haaland, por exemplo.

Uma solução explícita pode ser obtida combinando as equações de Darcy-Weisbach e Colebrook-White; ou seja, de (6.1.3) obtém-se, após simples operação

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{\sqrt{8}}{\pi} \frac{Q}{\sqrt{\Delta \phi D^5 / \rho L}} \quad (6.1.4)$$

onde $\Delta\phi = (p_1 - p_2) + \rho g(z_1 - z_2)$. Combinando com a Eq. (3.2.30)

$$Q = -0,9552 D^{2,5} \sqrt{\Delta\phi/\rho L} \ln\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{1,775 v}{D^{1,5} \sqrt{\Delta\phi/\rho L}}\right) \quad (6.1.5)$$

Observe que a solução explícita desta equação requer que o número de Reynolds esteja dentro dos limites para os quais a equação de Colebrook é válida, enquanto o procedimento iterativo pode se estender muito além desse limite ao utilizar outras equações para estimar f .

6.1.3 Problema-III – Cálculo do Diâmetro

Com D desconhecido, três variáveis são também desconhecidas na equação de Darcy-Weisbach f , V , D ; duas na equação de continuidade, V e D ; e três na equação para o número de Reynolds V , D , Re . Também é desconhecida a rugosidade relativa. Da Eq. (3.1.14) e para a expressão do número de Reynolds

$$D^5 = \frac{8LQ^2}{\pi^2 h_f g} f = C_1 f \quad (6.1.6)$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi \nu D} = \frac{C_2}{D}$$

onde C_1 e C_2 são constantes conhecidas, facilmente identificadas nessas expressões. A solução é obtida pelo procedimento iterativo:

- 1- Estime um valor para f
- 2- Resolva (6.1.6a) para D
- 3- Resolva (6.1.6b) para Re
- 4- Determine a rugosidade relativa
- 5- Com Re e ε/D determine novo valor para f
- 6- Vá para 2 até f convergir para quatro algarismos significativos

A metodologia converge em geral em três ou quatro iterações. Uma vez que duto padrão é normalmente escolhido, o tamanho imediatamente superior ao calculado deve ser a opção.

6.2 Sistemas com Dutos Múltiplos

Compreendendo a metodologia de solução de escoamento permanente para um duto solitário é possível resolver grande parte das situações envolvendo sistemas de dutos, quer seja o fluido compressível ou incompressível. O procedimento básico é o mesmo nos dois casos. Quando a instalação inclui mais de um duto certas regras simples podem ajudar nos cálculos.

6.2.1 Queda de Pressão para Dutos em Série

Consideremos um sistema de dutos em série com diferentes diâmetros, comprimentos e rugosidades internas, esquematizado na Fig. 6.1. Neste caso são mostrados três dutos identificados por a , b e c , podendo existir tantos outros com características geométricas distintas quanto necessário. As propriedades de um duto- i são identificadas por índices, como L_i , D_i , ε_i , f_i e K_i ($i = a, b, c, \dots$) para o comprimento, diâmetro, rugosidade absoluta, fator de atrito e coeficiente de perda de carga.

Numa configuração geral os dutos têm diâmetros distintos, como mostrado na figura. Todavia, podem ocorrer situações em que os dutos possuam os mesmos diâmetros embora com outras geometrias, como a de um segmento novo, liso, conectado a outro, ainda antigo, portanto com rugosidade interna diferente; ou ainda, dutos de materiais diferentes interconectados, como aço e plástico. Em todos esses casos o conceito de dutos em série se aplica devendo o cálculo das perdas hidráulicas ser tratado conforme descrito a seguir.

Para o caso de dutos com diâmetros distintos deve ser observado que ocorrerá uma queda de pressão entre os dois pontos a montante e jusante do flange de conexão, qualquer que seja a direção do fluxo, sendo o valor do coeficiente de perda local calculado conforme descrito no Capítulo 4. Se a modelagem do problema estiver sendo realizada por um software, por exemplo, o programa deve adotar a expressão adequada para cada direção de fluxo.

Aplicando a equação de energia (2.4.23) entre os pontos a_1 e b_1 dos segmentos a e b obtém-se, após multiplicação por ρg ,

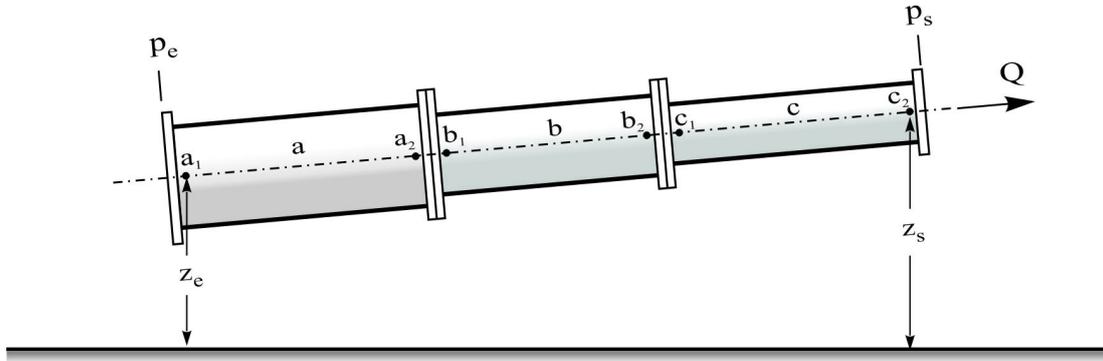


Figura 6.1 Dutos com diâmetros e comprimentos variáveis em série.

$$p_{a1} - p_{b1} = \frac{\rho}{2}(V_{b1}^2 - V_{a1}^2) + \rho g(z_{b1} - z_{a1}) + \rho g(h_{fa} + h_{da}) \quad (6.2.1)$$

onde h_{fa} e h_{da} representam, respectivamente, as alturas devido às perdas por atrito viscoso entre a_1 e a_2 e localizada na conexão a-b. Definidos os parâmetros G_a e Δp_a

$$G_a = \frac{\rho}{2}(V_{b1}^2 - V_{a1}^2) + \rho g(z_{b1} - z_{a1}) \quad (6.2.2)$$

$$\Delta p_a = \rho g(h_{fa} + h_{da}) = K_a Q^2$$

com

$$K_a = \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho}{D_a^4} \left(\frac{f_a L_a}{D_a} + K_{da} \right) \quad (6.2.3)$$

onde K_{da} é o coeficiente de perda localizada em a-b, conforme indicado no Capítulo 4, pode-se escrever as equações para o escoamento na forma

$$\begin{aligned} p_{a1}^n - p_{b1}^n &= G_a + K_a Q^m \\ p_{b1}^n - p_{M1}^n &= G_b + K_b Q^m \\ &\dots\dots\dots \\ p_{M1}^n - p_{N1}^n &= G_N + K_N Q^m \end{aligned} \quad (6.2.4)$$

onde N representa o número de dutos e os expoentes n e m refletem o comportamento da queda de pressão com a vazão. No caso particular de escoamento incompressível (líquidos em geral) $n=1$, enquanto $m=2$. Conforme veremos no Capítulo 8, para gases o

escoamento é normalmente turbulento e os expoentes são $n=2$ e $m=2$, para um fator de atrito f aproximadamente constante.

Somando as equações (6.2.4) obtém-se a expressão final para o sistema em série

$$p_e^n - p_s^n = G_T + K_T Q^m \quad (6.2.5)$$

onde

$$K_T = \sum_{i=1}^N K_i \quad e \quad G_T = \sum_{i=1}^N G_i = \frac{\rho}{2}(V_s^2 - V_e^2) + \rho g(z_s - z_e) \quad (6.2.6)$$

Ou seja, a resistência total é simplesmente a soma das resistências de cada segmento, Eq. (6.2.3), incluindo aquelas devido às perdas localizadas de qualquer natureza como conexões, curvas, joelhos, válvulas etc. Por outro lado, G_T representa a variação da energia cinética e gravitacional nos pontos de entrada e saída.

6.2.2 Queda de Pressão para Dutos em Paralelo

Consideremos agora um sistema de dutos em paralelo com diferentes diâmetros, comprimentos e rugosidades internas, esquematizado na Fig. 6.2 por três dutos identificados por a , b e c . As propriedades de um duto- i são identificadas por índices como L_i , D_i , ε_i , f_i e K_i ($i= a,b,c...$) para o comprimento, diâmetro, rugosidade absoluta, fator de atrito e coeficiente de perda de carga.

Aplicando a equação de energia para cada duto entre os pontos e e s obtém-se, após multiplicação por ρg , o sistema de equações

$$\begin{aligned} p_e^n - p_s^n &= G_{es} + K_a Q_a^m \\ p_e^n - p_s^n &= G_{es} + K_b Q_b^m \\ p_e^n - p_s^n &= G_{es} + K_c Q_c^m \end{aligned} \quad (6.2.7)$$

com

$$G_{es} = \frac{\rho}{2}(V_s^2 - V_e^2) + \rho g(z_s - z_e) \quad e \quad K_i = \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho}{D_i^4} \left(\frac{f_i L_i}{D_i} + K_{di} \right) \quad (6.2.8)$$

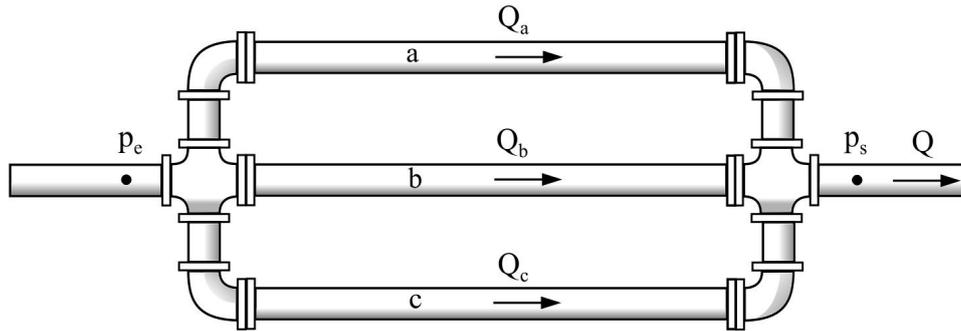


Figura 6.2 Dutos em paralelo.

onde K_{di} representa o coeficiente de perda localizada total para o duto- i entre os pontos de entrada e saída, e e s .

Resolvendo para Q_a , Q_b e Q_c em (6.2.7) e levando o resultado na equação de conservação volumétrica (fluido é incompressível por hipótese) $Q = Q_a + Q_b + Q_c$ obtém-se a expressão final para o escoamento em dutos paralelos

$$p_e^n - p_s^n = G_{es} + K_T Q^m \quad (6.2.9)$$

onde

$$\frac{1}{\sqrt[m]{K_T}} = \sum_i^N \frac{1}{\sqrt[m]{K_i}} \quad \text{ou} \quad K_T = \left[\sum_i^N K_i^{-1/m} \right]^{-m} \quad (6.2.10)$$

com G_{es} e K_i ($i=a,b,c,\dots$) definidos em (6.2.8).

Se as pressões de entrada e saída são especificadas as vazões em cada duto são obtidas diretamente de (6.2.7), enquanto a vazão total será a soma das vazões parciais. Caso a vazão total do sistema seja especificada, assim como uma das pressões (entrada ou saída), é necessário obter primeiramente a queda de pressão entre os dois extremos. Isto é feito estimando-se inicialmente a resistência total K_T de (6.2.10) e, em seguida, a queda de pressão pela equação (6.2.9). Com este valor obtém-se as vazões em cada segmento, de (6.2.7).

Note-se que as expressões para os parâmetros K_i (resistência ao atrito) e G (energia cinética e gravitacional) apresentam formas distintas para escoamento compressível e incompressível (aqui tratado). O leitor deve verificar essas diferenças comparando as

expressões acima com aquelas sugeridas no parágrafo 8.4 do Capítulo 8.

Iterações

As soluções sugeridas para escoamento em dutos em série e em paralelo requerem o cálculo de parâmetros de resistência K que, além da geometria (comprimentos, diâmetros e rugosidades), contêm o fator de atrito, dependente do número de Reynolds $Re = \rho VD/\mu$. Portanto, para valores de massa específica e viscosidade aproximadamente constantes esses parâmetros dependem da velocidade do fluido. Logo, quando as vazões são desconhecidas, estimativas iniciais terão que ser feitas para os coeficientes de atrito (números de Reynolds não são conhecidos). Ou seja, uma solução iterativa será necessária até que um critério de convergência seja observado.

6.2.4 Reservatórios Interconectados por uma Junção

Um terceiro exemplo interessante consiste no cálculo dos escoamentos entre reservatórios interconectados por uma junção comum, esquematizado na Fig. 6.3. A análise que se segue é geral, podendo ser aplicada para um número qualquer de reservatórios. Para simplificar o problema consideraremos três reservatórios.

Aplicando a equação de energia (2.4.23) entre a superfície livre do reservatório- i ($i = 1, 2, 3, \dots$) e o ponto de junção, obtém-se (lembrando que a velocidade na superfície pode ser considerada nula, assim como a pressão atmosférica)

$$z_i = \frac{p_J}{\rho g} + z_J + \frac{V_i^2}{2g} \left(1 + \frac{fL}{D} + K_e \right)_i \quad (6.2.11)$$

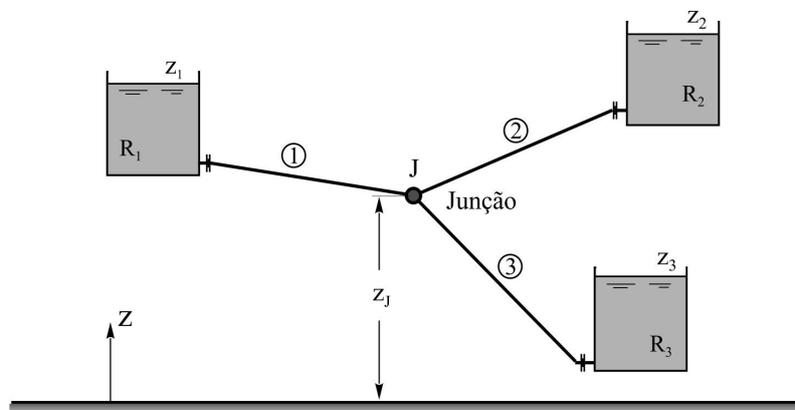


Figura 6.3 Reservatórios interligados por uma junção.

Simplificando a nomenclatura, podemos escrever

$$K_i |Q_i| Q_i = z_i - z_J - \frac{p_J}{\rho g} = z_i - z_J - h_{pJ} \quad (6.2.12)$$

com

$$K_i = \frac{8}{\pi^2 g D_i^4} \left(1 + \frac{fL}{D} + K_e \right)_i \quad (i=1,2,\dots) \quad (6.2.13)$$

A expressão para K_i implica a hipótese de que os diâmetros sejam uniformes nas seções entre os reservatórios e a junção. Não sendo este o caso, ou se dutos em paralelo ou em série existirem entre esses pontos, as resistências equivalentes, definidas nos parágrafos anteriores podem ser utilizadas. As variáveis f , L , D , K_e e Q representam o coeficiente de atrito, comprimento, diâmetro, coeficiente de perda localizada (pode ser a entrada no reservatório, v.g.) e vazão, respectivamente.

Para um problema envolvendo três reservatórios, as equações em (6.2.11) indicam quatro incógnitas: três vazões (Q_i , $i=1,2,3$) e a pressão p_j na junção. Mas a equação de continuidade na junção, representada pela primeira lei de Kirchhoff para uma rede, ou malha, requer que a soma das vazões neste ponto (um nó) seja nula

$$\sum_i Q_i = 0 \quad (6.2.14a)$$

Temos, portanto, um sistema completo, envolvendo a solução de (6.2.11) e (6.2.13). Todavia, as Eqs.(6.2.11) não são lineares. É de se esperar que não exista uma solução analítica para este sistema. Para resolvê-lo utiliza-se normalmente um processo iterativo. Mostramos a seguir um procedimento bastante eficiente para isso.

Inicialmente linearizamos a expressão quadrado da vazão

$$|Q|Q \approx |Q^v| [2Q^{v+1} - Q^v] \quad (6.2.14b)$$

onde o superscrito v ($v=0,1,2,\dots$) representa o nível da iteração. Levando esta expressão em (6.2.11), e resolvendo para Q_i^{v+1}

$$Q_i^{v+1} = \frac{Q_i^v}{2} + \frac{1}{2K_i^v |Q_i^v|} \left[z_i - z_J - h_{pJ}^{v+1} \right] \quad (6.2.15)$$

que, levado agora em (6.2.12), resulta na equação para a altura de pressão na junção

$$h_{pJ}^{v+1} = \frac{p_J^{v+1}}{\rho g} = \frac{\sum_i \left[Q_i^v + \frac{z_i - z_J}{K_i^v |Q_i^v|} \right]}{\sum_i \frac{1}{K_i^v |Q_i^v|}} \quad (6.2.16)$$

Assim, um processo iterativo permite calcular h_{pJ}^{v+1} a partir de informações conhecidas na iteração anterior (v) das outras variáveis. Com o valor de h_{pJ}^{v+1} de (6.2.16) calculam-se as novas vazões Q_i^{v+1} em (6.2.15), em seguida a pressão em (6.2.12) etc. O processo é interrompido quando uma verificação na Eq. (6.2.16) indicar que $|h_{pJ}^{v+1} - h_{pJ}^v| < \varepsilon$, onde ε é um valor arbitrariamente pequeno.

Deve-se notar que para iniciar o processo é preciso ter uma estimativa inicial correspondente à iteração zero ($v=0$). Isto pode ser feito admitindo, por exemplo, que a linha piezométrica em J (lado direito da Eq. (6.2.11)) H_J seja simplesmente a média aritmética das cotas das superfícies dos reservatórios. Ou seja, para $v=0$, admitimos que

$$H_J^{v=0} = h_{pJ}^{v=0} + z_J = \frac{1}{N} \sum_i z_i \quad (6.2.17)$$

onde N é o número de dutos. Com o valor de $h_{pJ}^{v=0}$ estimamos as vazões ($v=0$) em (6.2.11). E assim o processo inicia, num procedimento relativamente simples, particularmente se realizado por um programa de computador (Excel, Fortran, ou C/C++, v.g). Observemos ainda que para estimar Q_i em (6.2.15) é necessário conhecer os fatores de atrito f e as perdas de carga localizadas K_e , que aparecem em K_i – Eq. (6.2.13). Um valor inicial razoável para f é $f_i = 0.02$. Iterações sucessivas corrigirão f_i e K_{ei} para o valor correto (lembre-se que f é função da vazão pelo número de Reynolds); K_e pode, inclusive, mudar razoavelmente de valor, dependendo se o fluxo é na direção de entrada ou saída do reservatório (v.g., se K_e representar perda na conexão com o reservatório).

Finalmente, ao se construir um algoritmo numérico deve-se estar atento a situações tais como procurar a solução de (6.2.12) (uma raiz quadrada), quando o lado direito for negativo – uma situação fisicamente possível. Neste caso o algoritmo deve atribuir valor negativo à vazão. Observe que a Eq. (6.2.15) não apresenta esta dificuldade; o sinal de Q é calculado diretamente ao se resolver a equação.

6.3 Escoamento por Orifícios

O escoamento por orifícios ocorre em inúmeras situações práticas de engenharia. Aplicações tecnológicas incluem: escoamento na entrada e saída de tanques, amortecedores hidráulicos, injetores, válvulas de controle na operação de sistemas hidráulicos, robôs industriais, simulação de escoamento de válvulas industriais, sistemas de medição de vazão etc.

Um orifício pode ser utilizado para determinar a vazão saindo de um reservatório ou tanque. O orifício pode estar localizado na parede lateral ou no fundo do tanque, podendo ser circular, quadrado, ou qualquer outra forma. Com frequência o engenheiro é obrigado a encontrar o diâmetro equivalente para um orifício para estimar o vazamento por uma fissura (uma falha) na parede de um reservatório, ou duto.

Consideremos inicialmente a situação de um orifício instalado num duto, esquematizado na Fig. 6.4. A seção mínima do tubo de corrente que atravessa o orifício ocorre a jusante devido à formação da *vena contracta* em 2. A seção transversal neste plano é definida pelo *coeficiente de contração* C_c tal que $A_{vc} = C_c A_o$, onde A_o é a área do orifício.

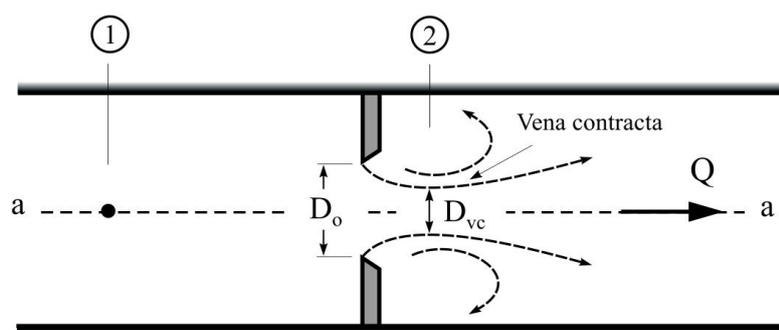


Figura 6.4 Orifício em um duto.

Aplicando as equações de continuidade e de Bernoulli (condição ideal) entre os pontos 1 e 2 ao longo do eixo a-a, obtém-se para a vazão teórica (sem perdas) Q_t

$$Q_t = \frac{A_{vc}}{\sqrt{1 - (A_{vc}/A_1)^2}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (6.3.1)$$

Todavia, no escoamento real a vazão observada é inferior a este valor devido aos efeitos de atrito e perdas entre 1 e 2. Para contornar esta dificuldade introduz-se um coeficiente

experimental C_v , que relaciona a vazão real com a teórica. Logo, para a vazão real Q

$$Q = \frac{C_v A_{vc}}{\sqrt{1 - (A_{vc}/A_1)^2}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (6.3.2)$$

Por outro lado é conveniente escrever esta equação em termos da área nominal do orifício, A_o . Ou seja, uma vez que $A_{vc} = C_c A_o$

$$Q = \frac{C_v C_c A_o}{\sqrt{1 - C_c^2 (A_o/A_1)^2}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (6.3.3)$$

Definindo os coeficientes C_{d^*} e C_d

$$C_{d^*} = \frac{C_v C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 (A_o/A_1)^2}} = \frac{C_d}{\sqrt{1 - (A_o/A_1)^2}} \quad (6.3.4)$$

onde C_d , denominado *coeficiente de descarga do orifício*, a vazão passa a ser escrita

$$\begin{aligned} Q &= C_{d^*} A_o \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} = \frac{C_d A_o}{\sqrt{1 - (A_o/A_1)^2}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \\ &= C_d \frac{A_o/A_1}{\sqrt{1 - (A_o/A_1)^2}} A_1 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \end{aligned} \quad (6.3.5)$$

6.3.1 Placa de Orifício

Consideremos uma placa de orifício instalada num duto de diâmetro D , Fig.6.5a, com orifício de diâmetro D_o . Seja β a razão desses diâmetros

$$\beta = \frac{D_o}{D} \quad (6.3.6)$$

Então, de (6.3.4), o coeficiente C_{d^*} (denominado *coeficiente de escoamento*) pode ser escrito como

$$C_{d^*} = \frac{C_d}{\sqrt{1 - \beta^4}} \quad (6.3.7)$$

e a vazão

$$Q = \frac{C_d A_o}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (6.3.8)$$

Da análise dimensional pode-se provar que o coeficiente de descarga C_d é função do parâmetro geométrico β e do número de Reynolds do duto $Re_D = V_1 D / \nu$

$$C_d = f(\beta, Re_D) \quad (6.3.9)$$

Na prática, não é razoável instalar a tomada de pressão na *vena contracta*, uma vez que a localização desta depende do número de Reynolds e da relação de diâmetros D_o/D . Por isso, padrões sugeridos por diversas entidades internacionais como ISO e ASME sugerem posicionar as tomadas a uma distância fixa a jusante, normalmente a um

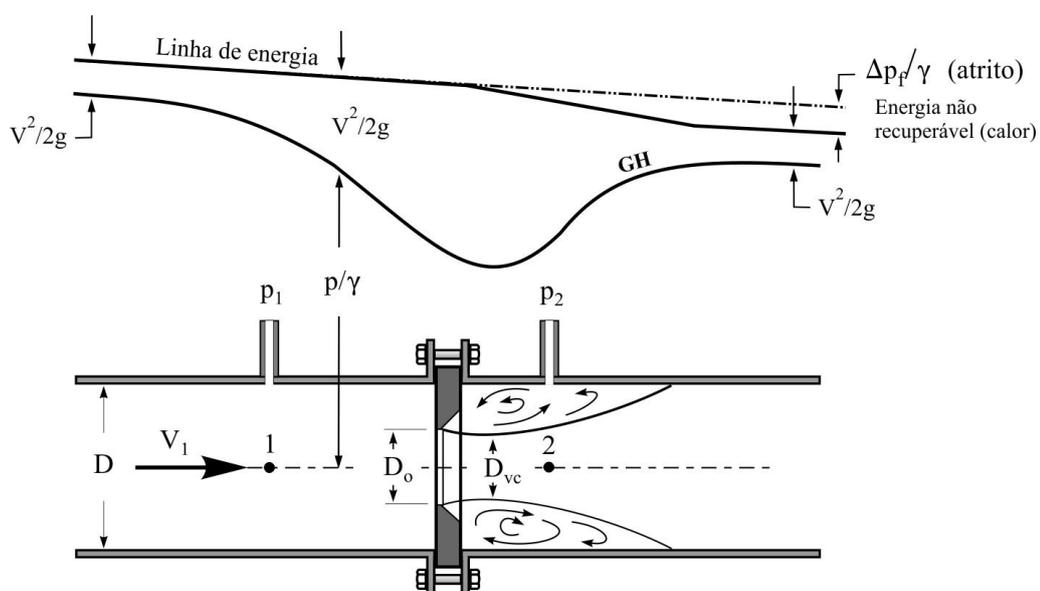


Figura 6.5a Placa de orifício em um duto.

diâmetro a montante da placa. Para tomadas a montante e jusante distantes D e $D/2$ da placa a ISO¹ (1976) recomenda a seguinte expressão para C_d

$$C_d = 0,5899 + 0,05\beta^2 - 0,08\beta^6 + (0,0037\beta^{1,25} + 0,011\beta^8) \left(\frac{10^6}{Re_D} \right)^{1/2} \quad (6.3.10)$$

Para este caso, a Tabela 6.2 mostra os valores dos coeficientes C_d em função de β e Re_D . A Fig. 6.5a mostra também as linhas de energia na região. O gradiente hidráulico real é indicado pela linha GHR em contraposição ao gradiente hidráulico ideal GHT onde somente as perdas por atrito de Darcy são consideradas. Note que a queda de pressão ($p_1 - p_2$) não representa a perda irreversível total, uma vez que a pressão p_2 tende a ser recuperada parcialmente pela equação de energia. A perda local irreversível, medida como *energia não recuperável*, é indicada por Δp_l na Fig. 6.5a.

Tabela 6.2 Coeficientes de descarga para Orifício, C_d

β	$Re_D = VD/\nu$						
	4×10^3	1×10^4	5×10^4	1×10^5	5×10^5	1×10^6	1×10^7
0,1	0,5937	0,5925	0,5913	0,5911	0,5907	0,5906	0,5905
0,2	0,5997	0,5968	0,5941	0,5935	0,5926	0,5924	0,5921
0,3	0,6073	0,6026	0,598	0,5969	0,5955	0,5952	0,5946
0,4	0,6163	0,6094	0,6029	0,6013	0,5992	0,5988	0,5979
0,5	0,6264	0,6171	0,6083	0,6062	0,6034	0,6027	0,6017
0,6	0,6381	0,6256	0,6137	0,6109	0,6072	0,6063	0,6048
0,7	0,6525	0,6351	0,6184	0,6145	0,6092	0,6081	0,6059

Perda Irreversível de Pressão

A perda irreversível na placa de orifício é medida pela diferença da pressão estática a montante da placa (aproximadamente uma distância D) e aquela a jusante desta, onde a pressão após a expansão do jato deve ter sido parcialmente recuperada, normalmente a uma distância de cerca de $6D$. A perda é resultante de um intenso processo de mistura turbulenta que acontece após a passagem do fluido pela placa, fortemente dependente da razão de diâmetros $\beta = D_o/D$.

¹ Int. Org. Standardization - ISO, Measurement of Fluid Flow by Means of Orifice Plates, Nozzles and Venturi Tubes in Circular Conduits Running Full, Rep. DIS-5167, 1976.

A Fig. 6.5a mostra a perda de pressão devido à irreversibilidade do processo denominado por Δp_f , definido a partir do coeficiente de perda K_{of} , sugerido pela ISO-5167-2-2003²

$$K_{of} = \frac{\Delta p_f}{(p_1 - p_2)} \quad (6.3.11)$$

onde

$$K_{of} = \frac{\sqrt{1 - \beta^4(1 - C_d^2)} - C_d \beta^2}{\sqrt{1 - \beta^4(1 - C_d^2)} + C_d \beta^2} \quad (6.3.12)$$

C_d é o coeficiente de descarga da placa e β , a razão dos diâmetros do orifício e do duto, (6.3.6). A Tabela 6.3 mostra os valores de K_{of} em função de β e Re_D . Note-se que K_{of} tende para valor unitário para β pequenos (orifícios reduzidos); ou seja, nesses casos a perda irreversível tende para o valor do diferencial total ($p_1 - p_2$).

Tabela 6.3 Coeficientes de perda real para Orifício, K_{of}

β	$Re_D = VD/\nu$						
	4×10^3	1×10^4	5×10^4	1×10^5	5×10^5	1×10^6	1×10^7
0,1	0,9882	0,9882	0,9882	0,9882	0,9883	0,9883	0,9883
0,2	0,9531	0,9533	0,9536	0,9536	0,9537	0,9537	0,9537
0,3	0,8961	0,8969	0,8976	0,8978	0,898	0,8981	0,8982
0,4	0,8192	0,821	0,8227	0,8231	0,8237	0,8238	0,824
0,5	0,7246	0,7281	0,7314	0,7321	0,7332	0,7334	0,7338
0,6	0,6141	0,6199	0,6254	0,6267	0,6285	0,6289	0,6296
0,7	0,4877	0,4968	0,5056	0,5078	0,5106	0,5113	0,5124
0,8	0,3425	0,3563	0,37	0,3534	0,3779	0,3791	0,3808
0,9	0,1751	0,1919	0,2102	0,2149	0,2213	0,2229	0,2255
1	0	0	0	0	0	0	0

² ISO 5167-2-2003 Measurement of Fluid Flow by Means of Pressure Differential Devices Inserted in Circular Cross-Section Conduits Run Full - Part 2: Orifice Plates. ISO, march 2003.

Flange Pressure Tappings Plate -- (Flange com Tomadas de Pressão)

Placas do tipo flange com tomadas de pressão são muito utilizadas para medição de vazão em dutos circulares, tanto para líquidos quanto para gás, sobretudo nos Estados Unidos. A indústria adota uma grande quantidade de configurações geométricas para este tipo de medidores, incluindo com tomadas de pressão fora dos flanges, similar ao mostrado na Fig. 6.5a. Todavia, na maioria das configurações as tomadas estão nos próprios flanges, conforme mostrado na Fig.6.5b.

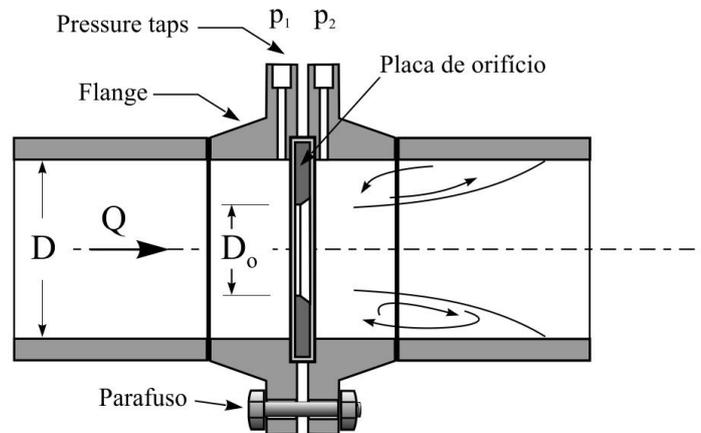


Figura 6.5b Placa de orifício do tipo *Flange Pressure Tappings*.

O cálculo da vazão é obtido pela mesma que em (6.3.8), com um coeficiente de descarga na forma de (6.3.10), ISO (1998)³. Uma nova expressão para o *Fator de Expansão Y* para escoamento de gases deste tipo de medidor está indicado na Eq. (8.58b), Capítulo 8.

6.3.2 Bocal

Existem dois tipos de bocais para medir a vazão em dutos: um com raio de curvatura interna longo e outro com raio curto, mostrado na Fig. 6.6. O bocal com uma entrada curva suave e polida elimina a *vena contracta*, produzindo um coeficiente de contração unitário $C_c = 1,0$. O coeficiente de descarga é próximo de um, embora a perda de energia não recuperável seja relativamente alta uma vez não haver difusor para garantir uma expansão gradual do fluido.

³ ISO 5167-1- Amendment 1. Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices, Part 1: Orifice plates, nozzles, and Venturi tubes inserted in circular cross-section conduits running full. Reference number: ISO 5167-1:1991/Amd.1:1998(E), 1998.

As Eqs. (6.3.5) são válidas para cálculo da vazão no bocal. Para um duto horizontal, com β definido em (6.3 6),

$$Q = \frac{C_d A_o}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (6.3.13)$$

A expressão recomendada pela ISO para o coeficiente de descarga para bocal com raio de curvatura curto, Fig. 6.6, é dada pela expressão

$$C_d = 0,9900 - 0,2262\beta^{4,1} + (0,000215 - 0,001125\beta + 0,00249\beta^{4,7}) \left(\frac{10^6}{Re_D}\right)^{1,15} \quad (6.3.14)$$

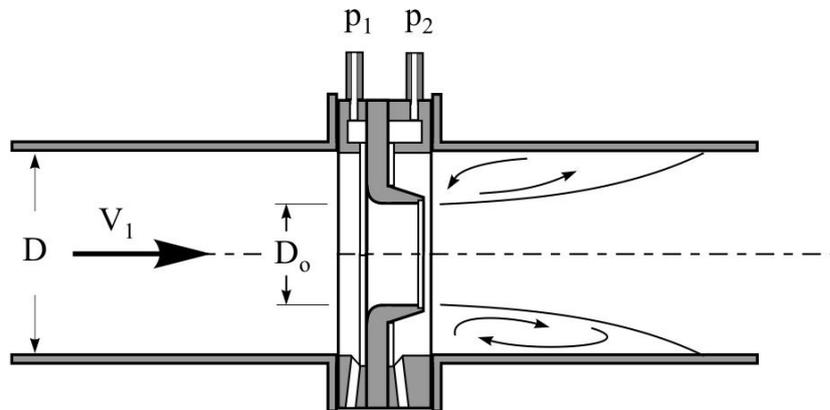


Figura 6.6 Bocal instalado em um duto.

Bocais podem ser construídos com razão de diâmetros na faixa, $0,2 < \beta < 0,8$. A Tabela 6.4 mostra valores dos coeficientes C_d em função de β e Re_D para a faixa de Reynolds $10^5 < Re_D < 10^8$.

Tabela 6.4 Coeficientes de descarga para Bocal

β	$Re_D = V_1 D / \nu$					
	5×10^4	1×10^5	5×10^5	1×10^6	1×10^7	1×10^8
0,2	0,9894	0,9896	0,9897	0,9897	0,9897	0,9897
0,3	0,9848	0,9868	0,9881	0,9883	0,9884	0,9884
0,4	0,9784	0,9819	0,9843	0,9845	0,9847	0,9847
0,5	0,9689	0,9733	0,9763	0,9766	0,9768	0,9768
0,6	0,9548	0,9588	0,9616	0,9619	0,9621	0,9621
0,7	0,9342	0,9361	0,9374	0,9375	0,9376	0,9376
0,8	0,9053	0,9021	0,8998	0,8996	0,8994	0,8994

6.3.3 Venturi

Um medidor de vazão Venturi é mostrado na Fig. 6.7. Consiste de uma entrada cônica suave formando um ângulo aproximado de 20° , uma seção cilíndrica curta e um difusor cônico com ângulo entre 5° e 7° para evitar separação do fluido na entrada do cone e minimizar perdas locais, cf. § 4.3. Em algumas situações especiais pode-se chegar a ângulos de até 15° , embora separação possa ocorrer provocando perdas adicionais não desejáveis para este tipo de equipamento. Para uma operação satisfatória o medidor deve ser instalado numa seção retilínea e uniforme, livre de conexões, de desalinhamentos e outras fontes de turbulência, tendo pelo menos 50 diâmetros de seção reta a montante. Aletas para alinhamento e redução de rotação do fluxo podem ser instaladas a montante.

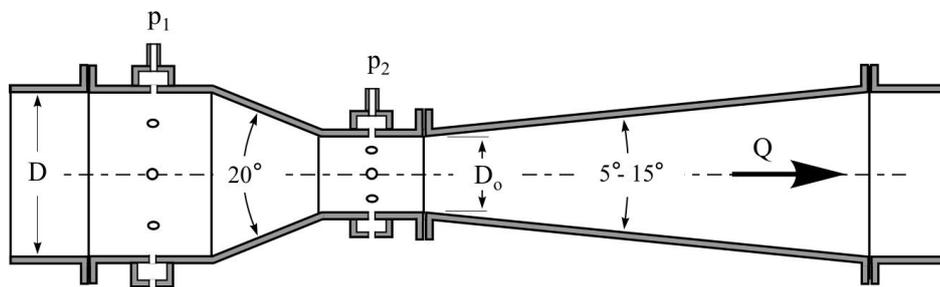


Figura 6.7 Venturi instalado em um duto.

As pressões na *base* e na *garganta* do medidor são obtidas por anéis piezométricos. Para medição de gases é necessário medir a pressão e temperatura, nos dois pontos; para líquidos bastam as medidas de pressão nos dois pontos.

Para escoamento incompressível a vazão pode ser obtida pelas mesmas equações utilizadas para orifícios e bocais. No caso de uma instalação não horizontal considerando cotas z_1 e z_2 para os pontos na linha de centro do medidor no plano das respectivas tomadas de pressão

$$Q = \frac{C_d A_o}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{2g \left[\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (z_1 - z_2) \right]} \quad (6.3.15)$$

onde $\beta = D_o/D$, A_o a área da seção da garganta e C_d o coeficiente de descarga.

Venturis modernos são esperados operar numa faixa de número de Reynolds relativamente estreita $10^5 < Re_D < 5 \times 10^6$. A expressão recomendada pela ISO para o coeficiente de descarga para Venturi é

$$C_d = 0,9858 - 0,196 \beta^{4,5} \quad (6.3.16)$$

Venturis são normalmente construídos com razão de diâmetros na faixa, $0,3 < \beta < 0,8$. A Tabela 6.5 mostra os valores dos coeficientes C_d em função de β .

Tabela 6.5 Coeficientes de descarga para Venturi

β	C_d	β	C_d
0,3	0,9849	0,6	0,9661
0,35	0,9841	0,65	0,9576
0,4	0,9826	0,7	0,9464
0,45	0,9804	0,75	0,9321
0,5	0,9771	0,8	0,914
0,55	0,9725		

6.4 Drenagem de Tanques e Dutos

Consideremos o escoamento de um reservatório para o exterior sob a ação da gravidade. As soluções aqui mostradas não consideram o fenômeno associado ao *transiente inicial* que acontece antes do estabelecimento do *escoamento principal*. Quando este é estabelecido a equação de energia para regime permanente pode ser aplicada para diversas configurações, gerando pequenos erros quando comparados com soluções exatas ou de dados experimentais. Neste sentido o procedimento pode ser considerado *quasi-permanente*.

6.4.1 Sifão

Denominamos sifão um conduto que transporta um líquido à uma elevação superior da extremidade inferior, Fig. 6.8. O líquido se desloca graças à diferença de nível H entre as superfícies livres.

Para que o sifão comece a funcionar é necessário que este esteja completamente cheio de líquido. É comum instalar uma válvula na parte mais alta para garantir que o conduto esteja completamente cheio, livre de gás, usualmente ar.

Aplicando a equação de energia entre os pontos 1 e 2

$$H = \left(1 + K + f \frac{L}{D}\right) \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (6.4.1)$$

onde K é a soma de todas as perdas localizadas, L e D o comprimento total e o diâmetro interno, A a área e Q a vazão. O fator de atrito f é obtido do número de Reynolds e da rugosidade do duto. Se a vazão for conhecida a altura H é obtida diretamente; caso esta seja especificada, a vazão é estimada iterativamente com f .

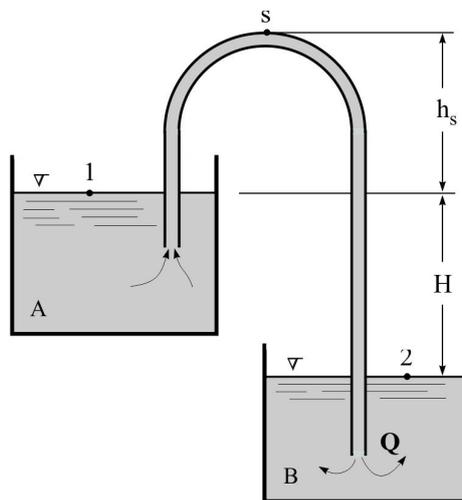


Figura 6.8 Sifão.

A pressão no ponto mais alto do sifão (parte interna superior do duto) é encontrada aplicando a equação de energia entre os pontos 1 e s

$$0 = \frac{P_s}{\rho g} + h_s + \left(1 + K^* + f \frac{L^*}{D}\right) \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (6.4.2)$$

onde K^* e L^* representam a soma das perdas e o comprimento do conduto entre 1 e s , respectivamente. Resolvendo para a pressão

$$p_s = -\rho g h_s - \left(1 + K^* + f \frac{L^*}{D}\right) \frac{\rho Q^2}{2A^2} \quad (6.4.3)$$

Portanto, a pressão é negativa e decresce com h_s e a vazão. De fato, o sifão tem a particularidade de que a pressão do líquido ao longo da seção que se eleva e desce, ser inferior à pressão atmosférica.

Na medida que a altura h_s cresce, ou a vazão aumenta, a pressão absoluta em s diminui. Quando esta atinge o valor da pressão de vapor do líquido ali se forma uma bolsa de vapor. Embora a Eq. (6.4.1) não seja válida para esta situação, a vazão pode ser mantida, desde que a pressão local se mantenha em equilíbrio e igual à pressão de vapor. Fazendo $p_s = p_{\text{vapor}}$, a Eq. (6.4.3) fornece o valor da vazão. Admite-se que ar não penetre no extremo inferior (pode ser ao ar livre), destruindo o vácuo em s que mantém o fluxo.

6.4.2 Drenagem de Tanque

Consideremos a drenagem de um tanque parcialmente cheio com um líquido, esquematizado na Fig. 6.9. Para tornar o problema geral, admitimos que a geometria do tanque seja qualquer, com seção reta transversal função da ordenada- z , $A_R = f(z)$. Eventualmente restringiremos a aplicação para um cilindro; ou seja, para $A_R = \text{constante}$. O tanque é fechado, tendo um pequeno tubo de diâmetro D_e com uma válvula V_e (*vent*, em inglês) na parte superior para controle de admissão de ar. Na parte inferior está ligado um tubo com diâmetro interno D_d e comprimento total L_d , tendo também uma válvula V_d para controlar a descarga. Perdas de carga localizadas são todas consideradas, seja na admissão de ar ou na descarga. A saída do tubo de descarga está numa cota h_d abaixo do fundo do tanque, enquanto no início do processo a superfície do líquido encontra-se na cota z_i , acima do fundo.

Durante a drenagem a altura do líquido diminui progressivamente fazendo com que o escoamento seja não-permanente, mantendo as velocidades variáveis no tempo. Todavia, em geral, o processo é bastante lento, o que permite considerar o escoamento como quasi-permanente e a utilização da equação de energia para regime permanente.

O volume de líquido descarregado num intervalo de tempo dt é Qdt , devendo ser igual à redução de volume no tanque; ou seja, $-A_R dz$, onde A_R é a área da seção do tanque.

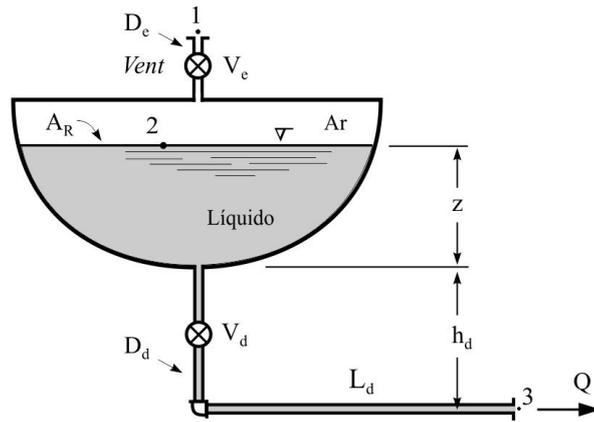


Figura 6.9 Descarga de um tanque para a atmosfera.

logo,

$$Q dt = -A_R dz \quad (6.4.4)$$

resolvendo para o tempo

$$t = \int_0^t dt = - \int_{z_i}^z \frac{A_R}{Q} dz \quad (6.4.5)$$

Para simplificar, admitiremos que a compressibilidade do ar na parte superior do tanque seja desprezível; i.e., que a vazão de admissão de ar seja igual à vazão de descarga do líquido, $Q = V_e A_e = V_d A_d$. Denominando a pressão exterior por p_a , e aplicando a equação de energia entre 1 e 2 e 2 e 3, obtém-se para as condições indicadas na Fig. 6.9

$$\frac{p_a}{\rho_a g} = \frac{p_2}{\rho_a g} + K_e^* \frac{V_e^2}{2g} \quad (6.4.6)$$

$$\frac{p_2}{\rho_l g} + z = \frac{p_a}{\rho_l g} + \frac{V_d^2}{2g} - h_d + K_d^* \frac{V_d^2}{2g}$$

onde K_e^* e K_d^* representam os coeficientes de perdas totais entre 1 e 2 e 2 e 3, respectivamente, podendo ser escritos como

$$K_e^* = K_i + K_s + K_{ve}$$

$$K_d^* = K_i + K_m + K_{vd} + f \frac{L_d}{D_d} \quad (6.4.7)$$

e $K_i= 0,40$, $K_s= 1,0$ e K_m representam os coeficientes na entrada, saída e outros pontos (joelhos, flanges etc.), K_{ve} e K_{vd} são os coeficientes associados às válvulas de entrada (ar) e de descarga, respectivamente, e f o fator de atrito de Darcy-Weisbach.

Combinando as Eqs. (6.4.6), e eliminando as pressões, obtém-se para a vazão

$$\frac{\beta^2 Q^2}{2g A_d^2} = z + h_d \quad (6.4.8)$$

onde

$$\beta^2 = \left(1 + K_d^*\right) + K_e^* \frac{\rho_a/\rho_l}{A_e^2/A_d^2} \quad (6.4.9)$$

Com $Q(z)$ dado por (6.4.8) a integral em (6.4.5) pode ser avaliada se conhecermos a expressão da área em função de z , $A_R = f(z)$. Se esta for muito complexa a integral pode ser obtida numericamente e assim a relação entre o tempo e a altura da superfície livre.

Consideremos o caso particular em que o tanque tem a forma cilíndrica (não necessariamente circular); ou seja, $A_R = \text{constante}$. Após integração e algumas operações algébricas simples

$$t = 2\beta \frac{A_R}{A_d} \sqrt{\frac{z_i + h_d}{2g}} \left(1 - \sqrt{\frac{z + h_d}{z_i + h_d}}\right) \quad (6.4.10)$$

Portanto, o tempo total de drenagem (quando $z=0$) é

$$t^* = 2\beta \frac{A_R}{A_d} \sqrt{\frac{z_i + h_d}{2g}} \left(1 - \sqrt{\frac{h_d}{z_i + h_d}}\right) \quad (6.4.11)$$

dividindo essas duas equações obtém-se a expressão para o tempo adimensional $\tau = t/t^*$

$$\tau = \frac{t}{t^*} = \frac{\sqrt{z_i + h_d} - \sqrt{z + h_d}}{\sqrt{z_i + h_d} - \sqrt{h_d}} \quad (6.4.12)$$

Essas expressões permitem escrever a altura em função do tempo. De (6.4.10)

$$\frac{z + h_d}{z_i + h_d} = \left[1 - \frac{t}{2\beta (A_R/A_d) \sqrt{(z_i + h_d)/2g}} \right]^2 \quad (0 \leq t \leq t^*) \quad (6.4.13)$$

$$= \left[1 - \left(1 - \sqrt{\frac{h_d}{z_i + h_d}} \right) \tau \right]^2 \quad (0 \leq \tau \leq 1)$$

Observe que se h_d for nulo, ou muito pequeno,

$$\tau = 1 - \sqrt{\frac{z}{z_i}} \quad (6.4.14)$$

e

$$\frac{z}{z_i} = (1 - \tau)^2 \quad (0 \leq \tau \leq 1) \quad (6.4.15)$$

A vazão em função de z pode ser obtida a partir da Eq. (6.4.8). O valor máximo é dado para $z = z_i$

$$Q_i = \frac{A_d}{\beta} \sqrt{2g(z_i + h_d)} \quad (6.4.16)$$

e assim

$$\frac{Q}{Q_i} = \sqrt{\frac{z + h_d}{z_i + h_d}} \quad (6.4.17)$$

Comparando com (6.4.13) constatamos que a vazão decresce praticamente linearmente com o tempo. Pequena não-linearidade ocorre por conta do valor de β que varia com a vazão uma vez que o fator de atrito f é função de Reynolds.

Um comentário a respeito da solução aqui sugerida. Da Eq. (6.4.11) observamos que a relação de áreas $\xi = A_R/A_d$ é um importante parâmetro no cálculo do tempo de drenagem. Experimentos mostram que para tanques abertos na parte superior, com um orifício simples na parte inferior e valores de ξ relativamente baixos, digamos $\xi < 50$, a superfície livre tende a não ficar plana. Ou seja, a parte central desce mais rapidamente do que o fluido próximo à parede, um efeito não relacionado à viscosidade, mas à tridimensionalidade do escoamento. Nessas situações a hipótese de unidimensionalidade,

e a não consideração da aceleração, induzem resultados consideravelmente fora das soluções exatas e da observação experimental. Portanto, deve-se ter em conta que para esses problemas as soluções apresentadas neste parágrafo são válidas para escoamentos lentos, quer sejam esses obtidos para ξ elevados ($\xi > 100$), ou pelo controle de válvulas, conforme esquematizado na Fig. 6.9.

As curvas para a vazão (6.4.17) e altura da superfície líquida (6.4.13), versus o tempo estão mostradas na Fig. 6.10 para valores do parâmetro $\Gamma = h_d/z_i = 0, 1$ e 2 . Note que $\Gamma = 0$ representa um tubo de descarga de comprimento nulo, ou conectado horizontalmente no fundo do tanque.

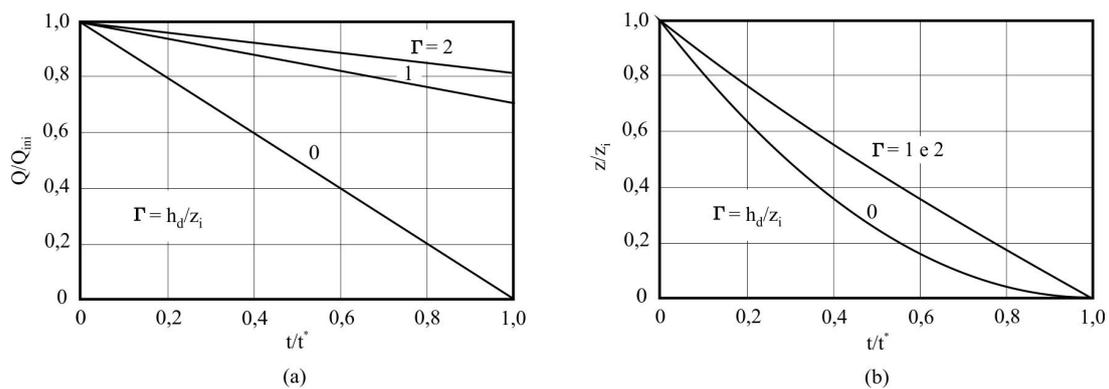


Figura 6.10 Descarga de um tanque para a atmosfera: (a) vazão vs. tempo; (b) altura da superfície livre vs. tempo. $\Gamma = h_d/z_i =$ parâmetro para a altura da saída do tubo de descarga referida ao fundo do tanque. Q_{ini} e z_i referem-se à vazão e altura da superfície líquida inicial, respectivamente.

6.4.3 Drenagem de Duto

Consideremos a drenagem de um duto de seção circular contendo um líquido viscoso. Uma situação complexa pode ocorrer no campo para duto relativamente longo, instalado numa região montanhosa, por exemplo. Para simplificar o problema admitiremos que o ângulo com a horizontal da linha de centro seja sempre negativo ou nulo. Ou seja, qualquer segmento do duto está sempre descendo, não ocorrendo regiões de depressão onde o líquido possa acumular, o que poderia dificultar, ou interromper, o escoamento.

Admitiremos que o processo de descarga seja lento, permitindo a utilização da mesma metodologia empregada na drenagem de tanque descrita no parágrafo anterior. Admitiremos, igualmente, que a pressão na superfície livre do líquido seja sempre igual à atmosférica.

Referindo-se à Fig. 6.11, definimos a coordenada longitudinal- s que passa pelo centro do duto com origem no ponto-0 no reservatório inferior R_b . A linha termina no

extremo superior, entrada do reservatório R_a , ponto-3. Para um ponto genérico i temos as coordenadas (s_i, z_i) designando, respectivamente, a distância a partir da origem e a ordenada com respeito ao plano de referência. O ponto inicial é definido por $(0, z_0)$, onde z_0 é a cota da saída do duto. Admitido descarregando para a atmosfera.

Enquanto escoar o líquido perde energia devido às perdas localizadas (joelhos, flanges etc.), na válvula de controle de fluxo V_b e pelo atrito viscoso com a parede do duto, função do número de Reynolds e da rugosidade da parede.

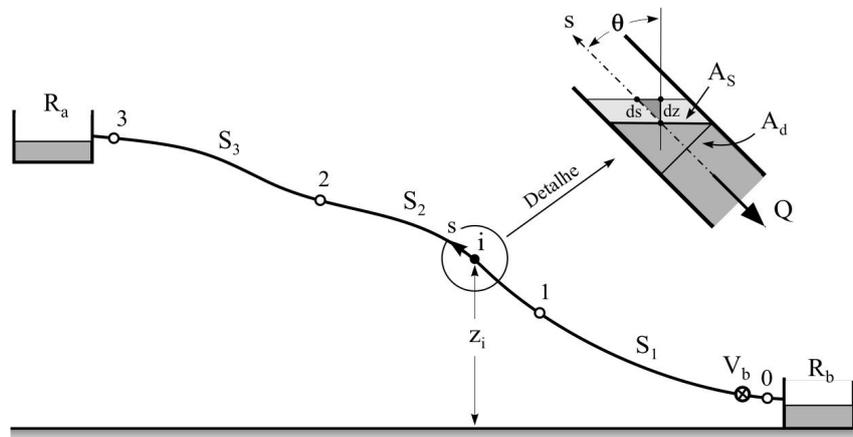


Figura 6.11 Descarga de um duto para a atmosfera.

Para esta situação, as Eqs. (6.4.7) a (6.4.9), aplicadas entre um ponto de coordenada (s, z) da superfície livre e o extremo inferior z_0 , torna-se

$$\frac{\beta^2 Q^2}{2g A_d^2} = z - z_0 \quad (6.4.18)$$

e

$$\beta^2 = 1 + K_m + K_{vb} + f \frac{s}{D_d} \quad (6.4.19)$$

onde A_d é área da seção reta interna do duto, K_m o coeficiente de perdas localizadas, K_{vd} o coeficiente da válvula V_b e f o fator de atrito de Darcy.

Admitindo f ser aproximadamente constante (para tempos não muito longos, enquanto a vazão não varia muito), podemos reescrever a equação para β na forma compacta

$$\beta^2 = a + b s \quad (6.4.20)$$

$$a = 1 + K_m + K_{vb} \quad ; \quad b = f/D_d$$

e a Eq. (6.4.18) pode ser reescrita como

$$\frac{1}{Q} = \frac{\sqrt{a + b s}}{A_d \sqrt{2g[z(s) - z_o]}} \quad (6.4.21)$$

Se o ponto-s forma ângulo θ com a vertical, Fig. 6.11, a área horizontal da superfície livre A_s está relacionada com a área do duto pela expressão $A_s = A_d / \cos \theta$. Levando esta expressão e (6.4.21) em (6.4.5)

$$t = - \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{s_i}^s \sqrt{\frac{a + b s}{z(s) - z_o}} ds \quad (6.4.22)$$

onde fizemos uso da relação $\cos \theta = dz/ds$.

Para realizar a integral é necessário conhecer a função $z(s)$; ou seja, a topologia da linha de centro do duto. Se esta for conhecida por um conjunto de par de dados, a integral poderá ser obtida numericamente.

Admitamos que o duto possa ser segmentado em uma seqüência de trechos retilíneos. Neste caso, para dois pontos genéricos s_i e s_{i-1}

$$z(s) - z_o = c_i + \alpha_i s \quad (s_i \leq s \leq s_{i-1}) \quad (6.4.23)$$

$$c_i = z_{i-1} - z_o - \alpha_i s_{i-1} \quad ; \quad \alpha_i = \frac{z_i - z_{i-1}}{s_i - s_{i-1}}$$

levando (6.4.23) em (6.4.22)

$$t = - \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{s_i}^s \sqrt{\frac{a + b s}{c_i + \alpha_i s}} ds \quad (6.4.24)$$

Tendo em vista que a função $z(s)$ é válida somente no intervalo $s_i \leq s \leq s_{i-1}$ (segmento-i), o tempo encontrado corresponde àquele da drenagem para este segmento particular. Portanto, $t=0$ representa o instante em que a superfície líquida encontra-se na entrada do segmento e t^{*i} no final deste. Logo $0 \leq t \leq t^{*i}$, onde t^{*i} representa o tempo de drenagem do segmento.

No intervalo de integração os quatro coeficientes (a,b,c,α) são constantes, embora variem de um intervalo para outro. Apesar de (6.4.24) aparentar uma forma relativamente simples a expressão analítica da integral é extremamente longa e complexa. Para contornar esta dificuldade mostramos a seguir um artifício numérico que permite este cálculo numa forma bem mais amigável.

No processo de avaliação do avanço da superfície líquida subdividimos cada um dos segmentos em N pontos, que definem a posição da superfície livre em dado instante. Ou seja, para o segmento-i, definido por $s_i \leq s \leq s_{i-1}$, a coordenada longitudinal de um ponto (s_n, z_n) , $0 \leq n \leq N$, é definida como

$$s_n = s_{i-1} + \left(\frac{s_i - s_{i-1}}{N} \right) (N - n) \quad (0 \leq n \leq N) \quad (6.4.25)$$

Assim, o tempo transcorrido entre dois pontos s_n e s_{n+1} é simplesmente calculado pela Eq. (6.4.24) para esses limites de integração. Para avaliar a integral utilizamos no denominador o valor médio de s ; ou seja, $s_n^* = (s_n + s_{n+1})/2$. Definindo o denominador pela variável $\varphi_n^* = c_i + \alpha_i s_n^*$, uma constante no intervalo, o tempo de drenagem entre s_n e s_{n+1} , é,

$$\delta t_n^* = - \frac{1}{\sqrt{2g\varphi_n^*}} \int_{s_n}^{s_{n+1}} \sqrt{a + bs} \, ds \quad (6.4.26)$$

cuja solução tem a forma

$$\delta t_n^* = \frac{2}{3b\sqrt{2g\varphi_n^*}} \left[\sqrt{(a + bs_n)^3} - \sqrt{(a + bs_{n+1})^3} \right] \quad (6.4.27)$$

O tempo de drenagem para todo o segmento é simplesmente o somatório de δt_n^* , ou seja

$$t_i^* = \sum_{k=1}^N \delta t_k^* \quad (6.4.28)$$

E, assim, para cada um dos segmentos-i. Naturalmente, o tempo de drenagem completa do duto será $t^* = \sum t_i^*$. Uma aplicação numérica para esta modelagem é apresentado no exercício 6.7 no final deste capítulo.

6.5 Ruptura de Duto Transportando Líquido

Dutos estão sempre sujeitos a ataques de agentes externos como corrosão, movimento de solo, descuidos operacionais ou ação mecânica que podem provocar danos à estrutura. A mais séria consequência ocorre quando o duto rompe e o fluido se dispersa no ambiente externo.

Consideremos o problema de determinar a quantidade de líquido vazado e o tempo de vazamento por uma abertura de pequena dimensão na parede. Nesta análise a ruptura é considerada para duas geometrias: trinca e fissura. Esta, mesmo para uma extensão razoável, apresenta diminuta abertura, da ordem de fração de milímetro. Embora na prática de engenharia seja usual denominar o problema como trinca, utilizaremos as duas denominações para melhor caracterizar as condições distintas do escoamento em cada situação. A fig. 6.12 mostra detalhes das duas situações.

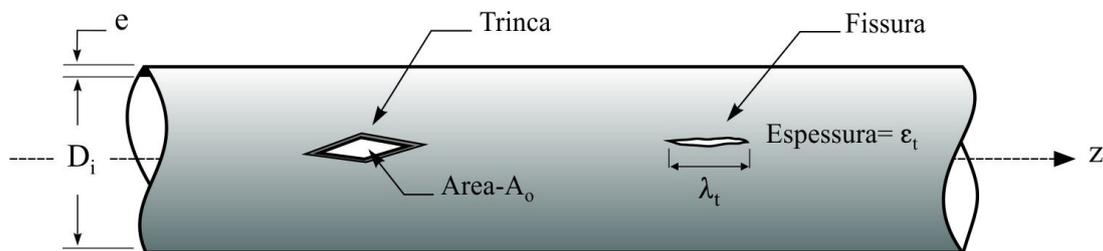


Figura 6.12 Ruptura no duto: trinca e fissura.

6.5.1 Relação entre Massa de Líquido e Pressão no Interior do Duto

Consideremos um duto com diâmetro interno uniforme D_i , espessura de parede- e , com ponto de ruptura (trinca ou fissura) localizado entre duas válvulas de bloqueio distantes L metros, módulo de elasticidade E e razão de Poisson ν . O fluido tem massa específica

ρ e módulo de compressibilidade isotérmica K_T . Admitamos a condição de pressão interna no segmento L , imediatamente anterior ao vazamento, igual a p_o e pressão externa p_{ext} . Deseja-se determinar o volume do vazamento, a relação pressão interna e volume vazado versus tempo, e o tempo total para conclusão do vazamento.

Repetimos aqui a solução apresentada para o exercício 2.1.5, Cap.2. Duas condições de contorno podem ser consideradas para o problema. O duto pode estar simplesmente apoiado sobre suportes de concreto ou metálicos, sem ancoragens que limitem sua movimentação axial; ou enterrado. Neste caso, admite-se que o atrito entre o duto e o solo é tal que este é impedido de movimentar-se axialmente. Consideremos as duas soluções do problema.

a. Duto Livre

A partir da condição de equilíbrio as seguintes expressões para as tensões circunferenciais e axiais ocorrem, Fig. 6.13,

$$\sigma_{\theta} = \frac{LD_i \delta p}{2Le} = \frac{D_i}{2e} \delta p \quad ; \quad \sigma_z = \frac{\pi D_i^2 / 4 \delta p}{\pi(D_e^2 - D_i^2) / 4} = C_o \frac{D_i}{4e} \delta p \quad \text{onde } C_o = \frac{1}{1 + e/D_i}$$

Da lei de Hooke para estado plano de tensões

$$\epsilon_{\theta} = \frac{1}{E}(\sigma_{\theta} - \nu \sigma_z) \quad e \quad \epsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu \sigma_{\theta}) \quad (6.5.1)$$

e assim a relação para o incremento de massa M no segmento

$$\begin{aligned} M = \rho AL \quad \therefore \quad \frac{\delta M}{M} &= \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta A}{A} + \frac{\delta L}{L} \\ &= \frac{\delta \rho}{\rho} + 2\epsilon_{\theta} + \epsilon_z \\ &= \frac{\delta p}{K_T} + \frac{2}{E}(\sigma_{\theta} - \nu \sigma_z) + \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu \sigma_{\theta}) \\ &= \frac{\delta p}{K_T} \left\{ 1 + \frac{D_i K_T}{2eE} \left[2 + \frac{C_o}{2} - (1 + C_o)\nu \right] \right\} \end{aligned} \quad (6.5.2)$$

ou ainda,

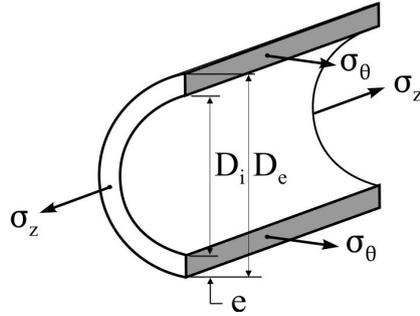


Figura 6.13 Estado de tensões no duto pressurizado.

$$\frac{\delta M}{M} = \frac{\delta p}{K_T^e}$$

$$\text{com } K_T^e = \frac{K_T}{1 + \frac{D_i K_T}{2eE} \left[2 + \frac{C_o}{2} - (1 + C_o)\nu \right]} \approx \frac{K_T}{1 + \left(\frac{5}{4} - \nu\right) \frac{D_i K_T}{eE}} \quad (6.5.3)$$

O coeficiente de compressibilidade isotérmica do fluido é definido como $K_T = \rho \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T$ tendo sido utilizado $C_o = 1$ na equação acima. Integrando, para $D_i \approx \text{constante}$, $K_T^e \approx \text{constante}$ e admitindo M_o a massa inicial de líquido pressurizado (anterior à ruptura) obtém-se

$$\frac{V}{V_o} = \frac{M}{M_o} = \exp\left(\frac{p - p_o}{K_T^e}\right) \approx 1 - \frac{p_o - p}{K_T^e} \quad (6.5.4)$$

b. Duto Enterrado

Para esta situação a deformação axial é considerada nula. De (6.5.1)

$$\epsilon_z = 0 \quad \therefore \quad \sigma_z = \nu \sigma_\theta \quad e \quad \epsilon_\theta = \frac{1 - \nu^2}{E} \sigma_\theta \quad (6.5.5)$$

Com σ_θ definido na primeira equação, a expressão para K_T^e torna-se

$$K_T^e = \frac{K_T}{1 + (1 - v^2) \frac{D_i K_T}{eE}} \quad (6.5.6)$$

Observe a similaridade com (6.5.3). Para aço carbono $v \approx 0,3$ os fatores de $D_i K_T / eE$ são, respectivamente, 0,95 e 0,91. Uma pequena diferença, que nas aplicações produzem resultados praticamente iguais para K_T^e .

6.5.1.1 Fluxo por Trinca

Se a abertura não for muito extensa, o fluxo será relativamente lento e o escoamento poderá ser modelado como por um orifício. Para uma trinca de grande proporção (relativo ao diâmetro) a descarga poderá ser muito rápida, similar a uma explosão, situação não considerada nesta análise.

Consideremos uma trinca com área A_o , mostrado na Fig. 6.14. Pela abertura ocorre um fluxo de massa \dot{m}_o resultante do diferencial de pressão $(p - p_{ext})$, Eq.(6.3.2),

$$\dot{m}_o = C_d A_o \sqrt{2 \rho (p - p_{ext})} \quad (6.5.7)$$

Para o segmento de comprimento L , contendo massa de líquido $M[p(t)]$. De (6.5.4) pode-se escrever a equação de continuidade

$$\frac{dM}{dt} = \frac{dM}{dp} \frac{dp}{dt} = \frac{M_o}{K_T^e} \frac{dp}{dt} = -\dot{m}_o \quad (6.5.8)$$

combinando as duas últimas equações, após integração,

$$\left(\frac{p - p_{ext}}{p^* - p_{ext}} \right)^{1/2} = 1 - \frac{C_d A_o K_T^e}{V_o \sqrt{2 \rho (p^* - p_{ext})}} t \quad (6.5.9)$$

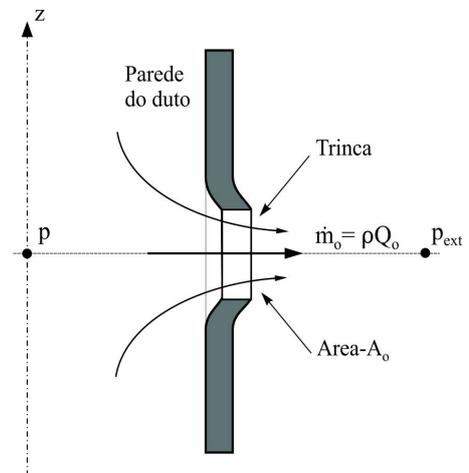


Figura 6.14 Fluxo por trinca.

onde V_o é o volume interno do segmento-L despressurizado e p^* a pressão no duto no instante inicial do processo de vazamento, i.e., em $t=0$. C_d é o coeficiente de descarga para a trinca. O tempo necessário para descarregar todo o líquido pressurizado corresponderá à condição em que a pressão interna se igualar ao valor externo, $p=p_{ext}$. Da equação acima conclui-se então que o tempo de descarga é

$$t_{fin} = \frac{V_o \sqrt{2\rho(p^* - p_{ext})}}{C_d A_o K_T^e} \quad (6.5.10)$$

A variação da pressão com o tempo (6.5.9) pode ser reescrita numa forma mais simples se definirmos os adimensionais

$$p^+ = \frac{p - p_{ext}}{p^* - p_{ext}} \quad e \quad t^+ = \frac{t}{t_{fin}} \quad (6.5.11)$$

ou seja

$$p^+ = (1 - t^+)^2 \quad (6.5.12)$$

Deve ser destacado que a expressão para o fluxo pela trinca (6.5.7) é uma aproximação, válida somente para velocidades relativamente altas; ou seja, para número de Reynolds local (no orifício) turbulento. Portanto, no sentido estrito, a expressão (6.5.9) contém uma aproximação para os instantes finais do esvaziamento, quando $p \rightarrow p_{ext}$. Todavia, para condições típicas deste processo, o erro é relativamente pequeno, *vis-à-vis* as condições dominantes, enquanto o fluxo mantém-se basicamente turbulento.

Um ponto relevante do processo é o valor numérico do coeficiente de descarga. Para orifícios de pequena dimensão C_d deve se aproximar de 0,60-0,65. Situações onde a deformação local é considerável, como sugerido pela Fig. 6.14, o arredondamento da superfície interna tende a minimizar a perda de energia, aproximando o coeficiente da unidade. Um valor na faixa 0,70-0,90 pode ser satisfatório para essas circunstâncias.

Além da pressão, outra informação importante do problema é a relação do volume de líquido vazado com o tempo. De (6.5.4) a equação para a massa de líquido no interior do duto é obtida em função da pressão $M(p)$. Se em $t=0$ $M^* = M(p^*)$, a quantidade de massa de líquido vazado é obtida da diferença entre a massa inicial no duto comprimido M^* e a massa atual M , ou seja $\delta M(p) = M^* - M(p)$. Após pequena álgebra, de (6.5.4) obtém-se a expressão para a massa de líquido vazado em função do tempo

$$\frac{\delta M}{\Delta M_o} = 1 - p^+ = 1 - (1 - t^+)^2 \quad (6.5.13)$$

Note-se que o denominador representa a massa de líquido em excesso (comprimido) no duto sob o diferencial de pressão inicial, $p^* - p_{\text{ext}}$. E assim, considerando (6.5.4)

$$\frac{\delta V}{\Delta V_o} \approx \frac{\delta M}{\Delta M_o} = 1 - (1 - t^+)^2 \quad (6.5.14)$$

onde δV é o volume de líquido vazado até o instante t^+ e ΔV_o o volume de líquido inicialmente comprimido no duto; veja, por exemplo, solução no exercício 2.1.5.

A vazão de massa em vazamento pode ser facilmente obtida de (6.5.7) escrevendo a razão de fluxos para um instante genérico e inicial

$$\frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_o^*} = m_o^+ = \sqrt{p^+} = 1 - t^+ \quad (6.5.15)$$

onde \dot{m}_o^* é o fluxo de massa em $t=0$. Logo, o fluxo decresce linearmente com o tempo.

A Fig. 6.15 mostra a distribuição das variáveis com o tempo. Observe que 50% da quantidade total de líquido vazado ocorre em 29% do tempo total. Como esperado, o vazamento ocorre com maior intensidade no início da ruptura.

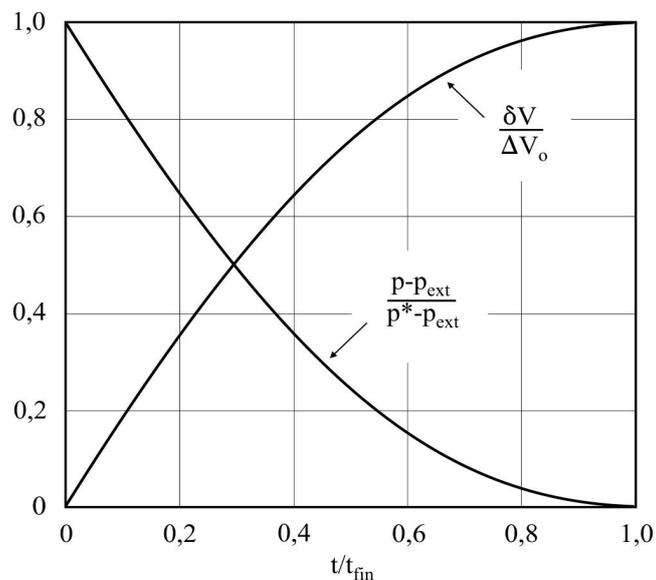


Figura 6.15 Distribuição temporal da pressão no interior do duto e do volume acumulado de líquido vazado por trinca.

6.5.1.2 Fluxo por Fissura

Consideremos agora um duto com raio interno R_i ($=D_i/2$) e espessura de parede e , com uma fissura de comprimento λ_t e abertura ε_t , esquematizado na Fig. 6.16. Por hipótese a abertura ε_t é pequena, da ordem de fração de milímetro. O duto encontra-se exposto a um ambiente com pressão externa p_{ext} , estando cheio de líquido pressurizado à pressão p . Propriedades físicas do fluido e do duto são as mesmas da análise anterior para cálculo da perda por trinca.

Admite-se que a abertura da fissura depende da pressão interna segundo a expressão

$$\varepsilon_t = \varepsilon_o + \frac{2A_i\varphi}{Ee}(p - p_o) \quad (6.5.16)$$

Onde ε_o é a abertura para $p = p_o$, A_i a área da seção interna do duto ($A_i = \pi R_i^2$), E o módulo de elasticidade, e a espessura da parede e $\varphi = 1 - \nu/2$ para duto livre e $\varphi = 1 - \nu^2$ para duto enterrado ($\nu =$ razão de Poisson). A equação é obtida a partir da definição para a deformação circunferencial ε_θ indicada em (6.5.2).

Admitindo escoamento laminar, a vazão (modelada como por duas placas paralelas) é obtida da equação de Poiseuille, (3.2.9)

$$Q_o = \frac{\lambda_t \varepsilon_t^3}{12 \mu e} (p - p_{ext}) \quad (6.5.17)$$

O número de Reynolds crítico (transição laminar-turbulento) é $Re_c = 2300$ ($Re = \rho Q_o / \mu \lambda_t$). Portanto, o fluxo de massa é

$$\dot{m}_o = \rho Q_o = \frac{\rho \lambda_t \varepsilon_t^3}{12 \mu e} (p - p_{ext}) \quad (6.5.18)$$

Para determinar a condição de fluxo (pressão, volume vazado e vazões versus tempo), as Eqs. (6.5.16-18) devem ser combinadas com (6.5.8) e integradas com relação ao tempo, levando a uma equação diferencial do tipo

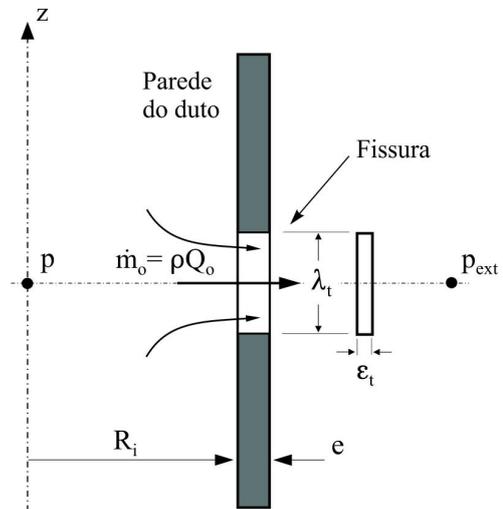


Figura 6.16 Fluxo por fissura.

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = c(a + b\bar{p})^3 \bar{p} \quad \text{com} \quad \bar{p} = (p - p_{ext})$$

cuja integral conduz a uma relação transcendental entre $(p - p_{ext})$ e t , sendo o resultado de pouco interesse prático. Uma alternativa é integração numérica, relativamente simples, mas requerendo a definição de valores numéricos dos diversos parâmetros da equação para cada solução particular. Destaque-se que uma solução analítica simples existe se o parâmetro “a” na equação for nulo. Isto corresponde à condição $\varepsilon_0 = 0$ em (6.5.16); ou seja, abertura de fissura nula quando o duto estiver despressurizado.

Preferimos um caminho alternativo, que consiste em admitir que no processo de despressurização a fissura mantenha uma abertura média constante entre ε^* e ε_0 , correspondente à condição de pressão inicial p^* e final $p = p_0 = p_{ext}$. Sendo a vazão de líquido uma função fortemente não-linear com a abertura (6.5.17), utilizamos uma média ponderada para a vazão entre os dois limites da abertura. Ou seja, a partir da definição

$$Q_{med} = \frac{\int_{\varepsilon^*}^{\varepsilon_0} Q d\varepsilon}{\int_{\varepsilon^*}^{\varepsilon_0} d\varepsilon}$$

e, tendo em vista a relação de proporcionalidade $dQ/d\varepsilon \sim Q^{2/3}$, portanto, $d\varepsilon \sim Q^{-2/3} dQ$, obtém-se para a abertura média entre ε^* e ε_0

$$\left(\frac{\bar{\varepsilon}_t}{\varepsilon_0}\right)^3 = \frac{1}{4} \frac{\omega^4 - 1}{\omega - 1} \quad \text{com} \quad \omega = \varepsilon^*/\varepsilon_0 \quad (6.5.19)$$

Assim, por exemplo, para $\varepsilon^*/\varepsilon_0 = 2$ (abertura inicial igual ao dobro da final), $\bar{\varepsilon}_t/\varepsilon_0 = 1,554$.

De (6.5.16) tem-se a relação para ω

$$\omega = \frac{\varepsilon_t^*}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{2A_i \varphi}{\varepsilon_0 E e} (p^* - p_{ext}) \quad (6.5.20)$$

combinando (6.5.18) com (6.5.8) e integrando

$$\frac{p - p_{ext}}{p^* - p_{ext}} = e^{-Bt} \quad \text{com} \quad B = \frac{\lambda_t \bar{\varepsilon}_t^{-3} K_T^e}{12 \mu e V_0} \quad (6.5.21)$$

onde as variáveis estão todas definidas anteriormente, lembrando que V_0 é o volume total

de líquido no segmento L e $\bar{\varepsilon}_t$ a abertura média, estabelecida em (6.5.19).

O tempo de descarga do líquido pressurizado corresponderá a condição para a qual a pressão interna se aproxima do valor externo, $p = p_{\text{ext}}$. Admitindo que isto ocorra para a situação em que $(p_{\text{fin}} - p_{\text{ext}})/(p^* - p_{\text{ext}}) = 0,01$

$$t_{fm} = \frac{4,6}{B} = 4,6 \times \frac{12 \mu e V_o}{\lambda_t \bar{\varepsilon}_t^3 K_T^e} \quad (6.5.22)$$

Em função dos adimensionais definidos em (6.5.11) a equação para a pressão (6.5.21) é

$$p^+ = e^{-4,6 t^+} \quad (6.5.23)$$

Como na análise de descarga para trinca, a expressão para o líquido acumulado externamente (6.5.14) torna-se

$$\frac{\delta V}{\Delta V_o} \approx \frac{\delta M}{\Delta M_o} = 1 - p^+ = 1 - e^{-4,6 t^+} \quad (6.5.24)$$

onde V é o volume de líquido vazado até o instante t^+ e ΔV_o o volume inicial do segmento. Para $t^+ = 1.0$, $\delta V = 0,99 \Delta V_o$; ou seja, o tempo de descarga está definido como o tempo necessário para vaziar 99% do fluido comprimido.

A vazão de massa é obtida de (6.5.18) escrevendo a razão de fluxos para um instante genérico e inicial

$$\frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_o^*} = m_o^+ = p^+ = e^{-4,6 t^+} \quad (6.5.25)$$

onde \dot{m}_o^* é o fluxo de massa em $t=0$. A vazão decresce exponencialmente com o tempo.

A Fig. 6.17 mostra a distribuição das variáveis com o tempo. Observe que 50% da quantidade total de líquido vazado ocorre aos 15% do tempo total, cerca de metade do tempo da perda por trinca. Note-se, todavia, que o tempo total de descarga por fissura é muito superior daquele por trinca.

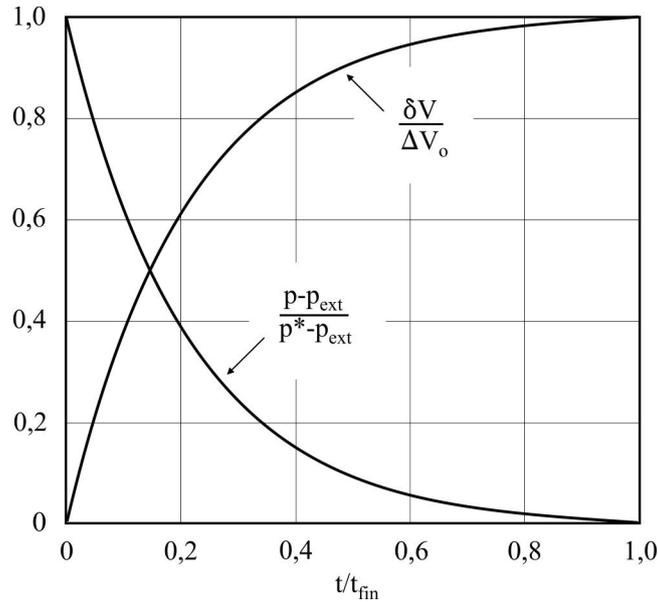


Figura 6.17 Distribuição temporal da pressão no interior do duto e do volume acumulado de líquido vazado por fissura.

Condição de Fluxo Laminar na Fissura

As expressões sugeridas para o escoamento por fissura requerem condição laminar, para a qual a vazão é proporcional ao gradiente de pressão, $(p - p_{ext})/e$. Se o número de Reynolds for superior ao valor crítico a perda de energia local tende a ser proporcional ao quadrado da vazão e o modelo linear não se aplica. De (6.5.17) o número de Reynolds é dado por

$$Re = \frac{\rho \epsilon_t^3}{12 \mu^2 e} (p - p_{ext}) \quad (6.5.26)$$

O escoamento de um óleo com $\rho = 850 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 20 \text{ cp}$, por uma fissura de 1mm num duto com parede de 20 mm e pressão interna de 80 bar, conduz ao número de Reynolds $Re = 72.500$; muito acima do valor crítico. Para as mesmas condições, o escoamento só será laminar para abertura inferior a 0,3 mm ou, mantida a mesma abertura, para viscosidade superior a 120 cp.

Portanto, é essencial verificar a condição de Reynolds. Para escoamento turbulento, o cálculo de volume vazado, histórico de pressão e de fluxo deve seguir conforme sugerido em §6.5.1.1 para trinca com $C_d = 0,6$.

Considerando o problema de vazamento descrito no exemplo 2.1.4 (§2.1) obtém-se para fissura de 200 mm e abertura de 1 e 0,3 mm os seguintes resultados ($\mu_o = 20$ cp):

$\lambda_t \times \varepsilon_t$ (mm ²)	Re (-)	t_{fin}		V_{med} (m/s)
		(s)	(min)	
200 x 1,0	74700	2800	47	83
200 x 0,3	2015	11490	190	155

Note-se que para a abertura de 1 mm o tempo de descarga é de 47 min e a velocidade média (pela abertura) no início do processo é de 83 m/s, enquanto para uma abertura de 0,3 mm o tempo se estende por mais de 3 horas e a velocidade inicial é superior a 150 m/s (escoamento laminar!). Segundo as curvas para a queda de pressão mostradas nas Figs. 6.5.16 e 6.5.17, após metade de líquido vazado – 13,5 min para abertura de 1 mm e 28,5 min para a de 0,3 mm (29% e 15% dos tempos totais) – as velocidades terão caído para 58,7 e 78 m/s, respectivamente; resultados obtidos das equações (6.5.7) e (6.5.18).

6.6 Assentamento e Ancoragem de Dutos

Dutos são normalmente assentados livremente sobre o solo sobre pilares de concreto ou aço, em valas abertas ou enterrados. As linhas são sempre firmemente ancoradas nas extremidades, sobretudo em curvas e próximo de juntas de expansão, interligando longos trechos retos. Juntas de expansão permitem a dilatação térmica que podem ser particularmente grandes no caso de dutos não enterrados. O deslocamento relativo de duas seções por uma junta é possível graças a um acoplamento elástico na junta. O acoplamento sela completamente o espaçamento entre os dutos, permitindo a movimentação das extremidades devido à sua própria deformação elástica. Entre os blocos de ancoragem o duto é apoiado sobre pilares de concreto, ou estruturas de aço, onde atuam forças normais ao eixo permitindo o deslizamento na direção axial. Para facilitar o deslizamento de dutos de grandes diâmetros a superfície de apoio é coberta por um segmento de metal, composto orgânico ou por roletes, Fig. 6.18.

Dutos enterrados nem sempre possuem juntas de expansão porque a variação de temperatura é normalmente pequena. Podem ter, contudo, configuração diversa da linha

reta, em forma de S, por exemplo, para acomodar eventuais movimentos do solo, sobretudo no fundo do mar, rios e em regiões montanhosas. Uma desvantagem de dutos enterrados é a dificuldade para inspeção e manutenção; o duto é apoiado em toda

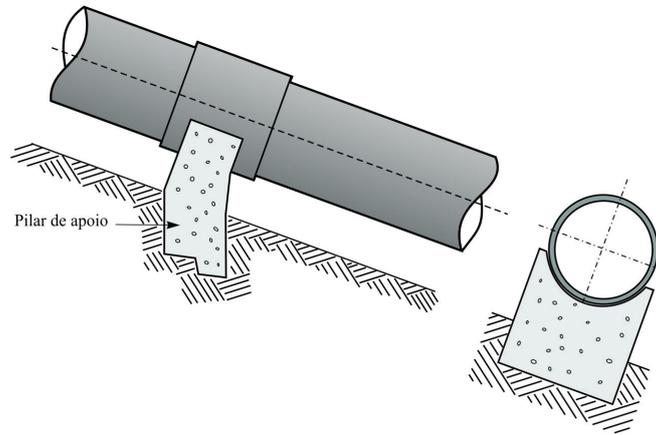


Figura 6.18 Duto apoiado sobre pilar de concreto.

extensão numa base de concreto projetada de acordo com a natureza do solo. Nas extremidades e nas curvas fechadas são ancorados da mesma forma que acima do solo. Cuidados especiais devem ser tomados para proteção de pressões externas excessivas que podem provocar o colapso (flambagem), assim como contra corrosão.

6.6.1 Esforços e Estabilidade de Blocos de Ancoragem

Acabamos de ver que o duto é ancorado por blocos que resistem as forças axiais enquanto os pilares de apoio entre esses permitem o movimento longitudinal, absorvendo as forças normais ao eixo.

Blocos de ancoragem absorvem as seguintes forças:

- Os componentes de peso do duto referentes aos segmentos a montante e jusante. Os pesos são distribuídos entre os blocos de apoio e o bloco de ancoragem. A determinação da distribuição deve ser feita por uma análise estática do conjunto;
- Os componentes do peso do fluido no interior dos dois segmentos. Como no caso anterior, essas forças são distribuídas entre os blocos de apoio e o bloco de ancoragem. A análise deve ser considerada sempre para duto cheio de fluido;
- Forças resultantes da pressão estática atuando nas seções das juntas de dilatação a montante e jusante. A escolha dessas seções é uma conveniência de cálculo

pois, além do efeito gravitacional, elas incluem a queda de pressão devido ao atrito viscoso entre as duas seções e, conseqüentemente, consideram o efeito da força cisalhante atuante na parede interna e sua transferência, pela parede de aço, para o bloco de ancoragem. Fora dessas seções as forças não são transferidas devido ao escorregamento nas juntas;

- Reações devido ao fluxo de quantidade de movimento na entrada e saída das seções escolhidas (juntas de dilatação). Essas forças consideram as variações de quantidade de movimento (acelerações) provocadas por eventuais mudanças de área ou direção do duto, neste caso induzindo forças centrífugas;

- Forças transferidas axialmente pelos pilares de apoio vizinhos (montante e jusante) resultantes do atrito entre as superfícies do duto e as placas de apoio, também denominadas de forças de Coulomb. O coeficiente de atrito μ entre o duto e concreto pode ser considerado $\mu = 0,45$, enquanto contra placas de aço, $\mu = 0,20$. Outros materiais, como compostos orgânicos (teflon, v.g.) ou roletes, podem reduzir esse efeito praticamente a zero. No caso de uma expansão térmica (aumento de temperatura) a carga sobre o bloco é compressiva (na direção do bloco), enquanto uma contração (resfriamento) acarreta uma tração nos dois lados do bloco. Note que o coeficiente de expansão térmica do aço é igual a $1,2 \times 10^{-5} \text{ C}^{-1}$. Ou seja, uma variação de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ em um trecho de 100m provoca um deslocamento axial de 24mm .

Quando analisando a estabilidade da fundação, deve-se considerar as condições normais de carga assim como os casos extremos, ou seja, sem escoamento e eventuais aumentos de pressão, como durante um transiente. A expansão térmica deve ser calculada para o caso mais desfavorável.

Esforços

Consideremos os esforços atuantes sobre o bloco de ancoragem, mostrado na Fig. 6.19. O sistema de coordenada básico é definido pelos eixos x - z , com x na direção horizontal e z na vertical, apontando no sentido contra a gravidade. Por conveniência, utilizamos também o sistema auxiliar s_1 - s_2 passando pelo eixo do duto. O primeiro pelo segmento a montante do bloco e o segundo pelo segmento a jusante. Os vetores unitários desse sistema são definidos como \mathbf{e}_1 e \mathbf{e}_2 , respectivamente. Vetores são aqui representados em negrito.

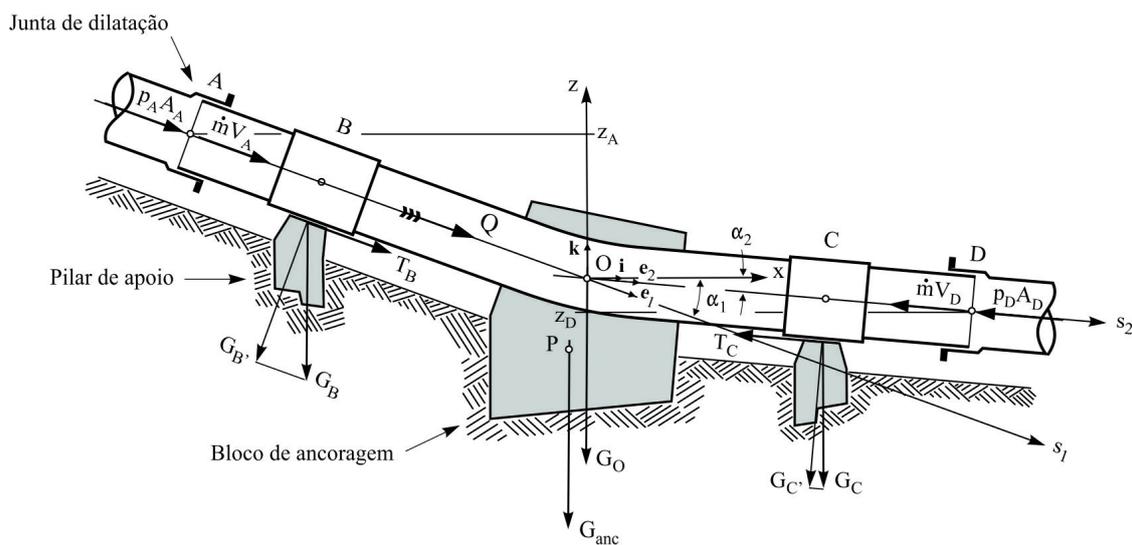


Figura 6.19 Forças atuantes em duto apoiado sobre pilares e bloco de ancoragem.

Iniciemos com as forças devido ao peso do duto e do fluido. Admitamos que uma análise estática do sistema indique que G_B e G_C sejam as forças (verticais) atuantes sobre os dois pilares vizinhos ao bloco de ancoragem, enquanto G_O é a resultante dessas forças (peso do duto e fluido) atuando sobre o ponto O.

Admitindo uma expansão térmica, a ação do atrito sobre os pilares induzirá forças de reação no sentido do bloco

$$\mathbf{T}_B = \mu G_B \cos \alpha_1 \mathbf{e}_1 \quad e \quad \mathbf{T}_C = -\mu G_C \cos \alpha_2 \mathbf{e}_2 \quad (6.6.1)$$

onde μ é o coeficiente de atrito de Coulomb. Note que ocorrendo um resfriamento a força de Coulomb terá sentido oposto, podendo ser facilmente considerada trocando o sinal de μ .

As forças devido à pressão e ao fluxo de quantidade de movimento são

$$\mathbf{S}_A = (p_A A_A + \dot{m} V_A) \mathbf{e}_1 \quad e \quad \mathbf{S}_D = -(p_D A_D + \dot{m} V_D) \mathbf{e}_2 \quad (6.6.2)$$

onde $\dot{m} = \rho Q$ é o fluxo de massa e V_A e V_D as velocidades médias em A e D. Logo, as resultantes das forças nas direções s_1 e s_2 são

$$U_A = (p_A A_A + \dot{m} V_A + \mu G_B \cos \alpha_1) e_1 \quad (6.6.3)$$

$$U_D = - (p_D A_D + \dot{m} V_D + \mu G_C \cos \alpha_2) e_2$$

Portanto, para as direções x e z

$$U_x = (p_A A_A + \dot{m} V_A + \mu G_B \cos \alpha_1) \cos \alpha_1 - (p_D A_D + \dot{m} V_D + \mu G_C \cos \alpha_2) \cos \alpha_2 \quad (6.6.4)$$

$$U_z = (p_A A_A + \dot{m} V_A + \mu G_B \cos \alpha_1) \operatorname{sen} \alpha_1 - (p_D A_D + \dot{m} V_D + \mu G_C \cos \alpha_2) \operatorname{sen} \alpha_2$$

Onde os ângulos com relação ao eixo-x são considerados positivos no sentido anti-horário e negativos no sentido oposto. Portanto, α_1 e α_2 na Fig. 6.19 são negativos e $\operatorname{sen} \alpha_1$ e $\operatorname{sen} \alpha_2$ devem ser considerados negativos.

Ao componente vertical deve ser somado o peso do bloco G_{anc} e assim obtém-se a expressão final para os componentes da força atuando sobre a ancoragem

$$R_x = (p_A A_A + \dot{m} V_A + \mu G_B \cos \alpha_1) \cos \alpha_1 - (p_D A_D + \dot{m} V_D + \mu G_C \cos \alpha_2) \cos \alpha_2 \quad (6.6.5)$$

$$R_z = (p_A A_A + \dot{m} V_A + \mu G_B \cos \alpha_1) \operatorname{sen} \alpha_1 - (p_D A_D + \dot{m} V_D + \mu G_C \cos \alpha_2) \operatorname{sen} \alpha_2 - G_{anc}$$

Destaque-se que o diferencial de pressão entre os pontos A e D é obtido da equação de energia (3.1.1 e 3.1.14) que, para diâmetro uniforme, reduz-se a

$$p_D - p_A = \rho g (z_A - z_D) - f \frac{L}{D} \rho \frac{Q^2}{2A^2} \quad (6.6.6)$$

Os efeitos da força cisalhante devido ao atrito viscoso na parede interna e da ação da gravidade tornam-se claros desta equação.

Estabilidade do Bloco de Ancoragem

A magnitude e o efeito das forças que atuam sobre o bloco dependem do tipo de duto e da forma com que este é assentado. A Fig. 6.20 mostra as resultantes das forças “externas” ao bloco, R_x e R_z , e o seu peso G_{anc} . A estabilidade do bloco será melhor enquanto a resultante de todas as forças, incluindo o peso próprio, atuar dentro do núcleo central da superfície de carga da fundação e formar um ângulo tão próximo da normal à

superfície quanto possível, maximizando as forças normais (compressivas) ⁴.

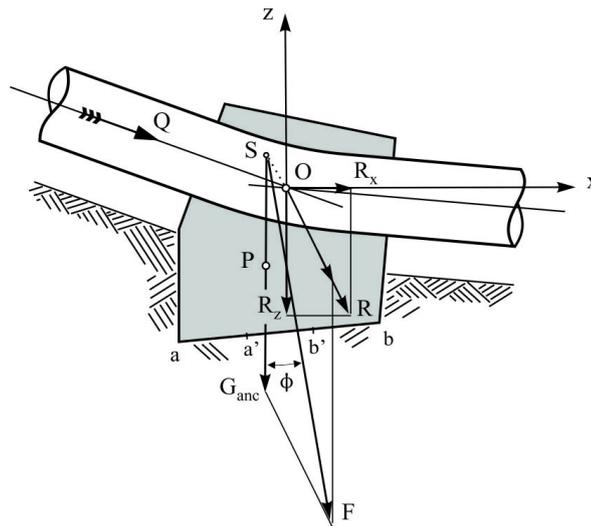


Figura 6.20 Resultante das forças atuantes sobre o bloco de ancoragem.

A magnitude e o ângulo de atuação da força resultante são obtidos das equações

$$F = \sqrt{R_x^2 + R_z^2} \quad e \quad \varphi = \arctg(R_x/R_z) \quad (6.6.7)$$

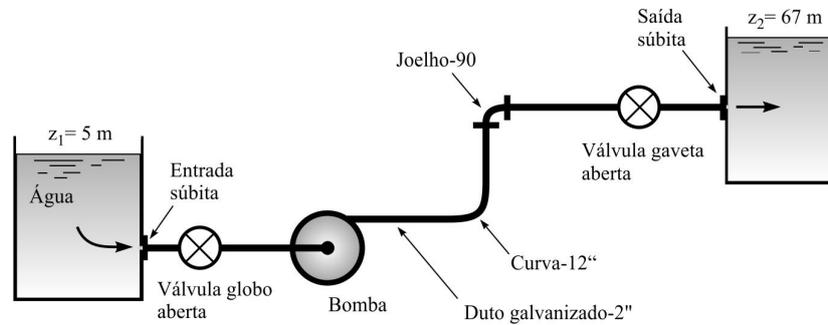
com R_x e R_z definidos em (6.6.5).

A força F atua sobre a superfície da fundação ab . Para uma boa estabilidade ela deve agir dentro do terço central de ab , i.e. dentro da seção $a'b'$.

⁴ Timoshenko S., Goodier, J.N., Theory of Elasticity, Cap. 4, McGraw-Hill Co., 2nd. Ed., 1951.

EXERCÍCIOS

Exercício 6.1 Água (massa específica $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ e viscosidade cinemática $\mu/\rho = \nu = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) é bombeada entre dois reservatórios onde o duto galvanizado contém diversos componentes (curvas, válvulas etc), mostrado na figura. Calcule a potência exigida pela bomba em kilowatts. Dados: diâmetro interno do duto, $D = 50 \text{ mm}$; comprimento total do duto, $L = 220 \text{ m}$; vazão, $Q = 8,5 \text{ l/s}$ ($0,0085 \text{ m}^3/\text{s}$); rendimento hidráulico da bomba, $\eta = 0,70$.



Solução:

Apliquemos a equação de energia entre os pontos 1 e 2

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_B = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{tot} \quad (1)$$

onde a perda total de energia devido ao atrito viscoso, h_{tot} , é a soma de todas as perdas no sistema. Como o diâmetro do duto é constante, da Eq. (4.1.4)

$$h_{tot} = h_f + \sum h_d = \left(\frac{fL}{d} + \sum K \right) \frac{V^2}{2g} \quad (2)$$

O número de Reynolds pode ser calculado a partir da expressão

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi \nu D} = \frac{4 \times 0,0085}{\pi \times 1,1 \times 10^{-6} \times 0,05} = 196800$$

Com este valor e $\epsilon/D = 0,0025$ (obtido da tabela para rugosidade relativa para duto galvanizado de 2"), obtém-se do diagrama de Moody, $f = 0,025$. Conhecida a vazão, a velocidade no duto é calculada, $V = Q/A = 4,33 \text{ m/s}$. A tabela a seguir mostra os valores escolhidos para as perdas localizadas (obtidos da Tabela 4.1.1)

Perda	Qtd	K	Qtd × K
Entrada súbita	1	0,4	0,4
Válvula globo aberta	1	10	10
Curva longa (joelho longo)	1	0,6	0,6
Joelho comum	1	0,9	0,9
Válvula gaveta aberta	1	0,2	0,2
Saída súbita	1	1	1
Sub-total	–	–	13,1

Logo

$$h_{tot} = \left(\frac{0,025 \times 220}{0,05} + 13,1 \right) \frac{V^2}{2g} = 6,274 \times 4,33^2 = 117,6 \text{ m}$$

Com $p_1=p_2=V_1=V_2=0$, a equação de energia (1) fornece o valor da altura de bombeio, h_B ,

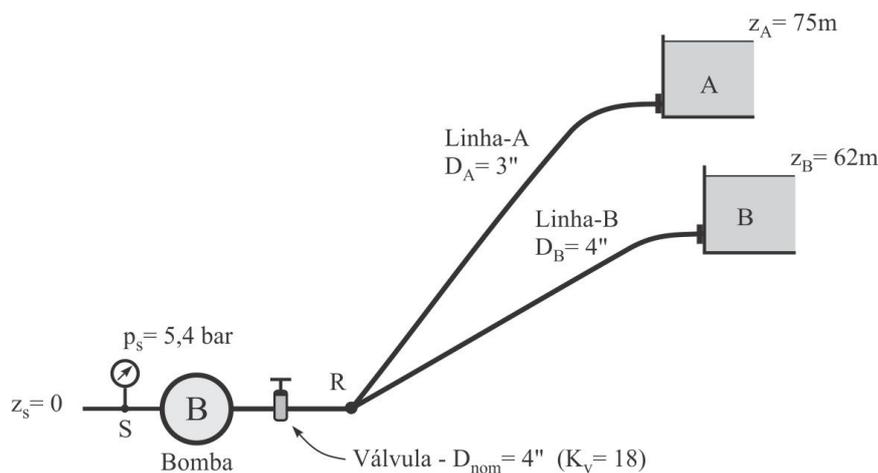
$$h_B = z_2 - z_1 + h_{tot} = 67 - 5 + 117,6 = 179,6 \text{ m}$$

E, assim, a potência requerida pela bomba é, de (2.4.24),

$$N_B = \frac{\gamma_w}{\eta_B} Q h_B = \frac{9,81 \times 1000}{0,7} \times 0,0085 \times 179,6 = 21,4 \text{ kw Resp.}$$

Exercício 6.2 Água é bombeada num sistema conforme esquematizado abaixo (reservatórios com superfícies livres para a atmosfera). A pressão man. no lado de sucção da bomba é igual a 5,40 bar. A válvula na descarga está parcialmente fechada, com o coeficiente de perda local igual $K_v=18,0$. A vazão na linha-A ($D_A=3''$) é de 72 m³/hora. Para os dados complementares fornecidos no quadro a seguir pede-se: 1) a vazão (m³/h) na linha-B; 2) a potência hidráulica da bomba (kW). Obs. Diâmetros indicados podem ser utilizados como medidas internas.

Linha	Diâmetro (pol)	Comprimento (m)	F. atrito - Darcy (-)
A	3	200	0,023
B	4	550	0,02



Solução: 1) Dados iniciais: $K_e = 1$; $Q_A = 72/3600 = 0,020 \text{ m}^3/\text{s}$; $A_A = \pi/4 \times 0,0762^2 = 0,0045604 \text{ m}^2$; $A_B = \pi/4 \times 0,1016^2 = 0,0081073 \text{ m}^2$. Portanto, a velocidade média na linha-A é $V_A = Q_A/A_A = 4,386 \text{ m/s}$.

2) Aplicando a equação de energia entre o ponto de junção dos dutos (após a válvula e a superfície livre dos reservatórios)

$$\frac{p_R}{\rho g} = (z_A - z_s) + \left(\frac{fL}{D} + K_e - 1 \right)_A \frac{V_A^2}{2g} \quad (1)$$

$$\frac{p_R}{\rho g} = (z_B - z_s) + \left(\frac{fL}{D} + K_e - 1 \right)_B \frac{V_B^2}{2g}$$

subtraindo essas equações e resolvendo para V_B

$$V_B^2 = \frac{2g(z_A - z_B) + \left(\frac{fL}{D} - 1 \right)_A \frac{V_A^2}{2g}}{\left(\frac{fL}{D} - 1 \right)_B} \quad (2)$$

ou

$$V_B^2 = \frac{2 \times 9,81 \times (75 - 62) + \left(\frac{0,023 \times 200}{0,0762} - 1 \right) \frac{4,386^2}{2 \times 9,81}}{\frac{0,02 \times 550}{0,1016} - 1} = 13,08 \quad \therefore V_b = 3,616 \text{ m/s} \quad (3)$$

Logo, a vazão na linha-B é $Q_B = V_B A_B = 0,0293 \text{ m}^3/\text{s}$ (105,5 m^3/h). A vazão total é $Q_T = Q_A + Q_B = 0,04931 \text{ m}^3/\text{s}$ (177,5 m^3/h).

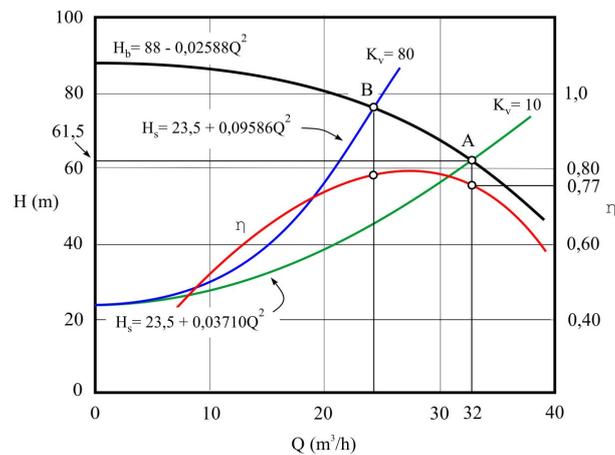
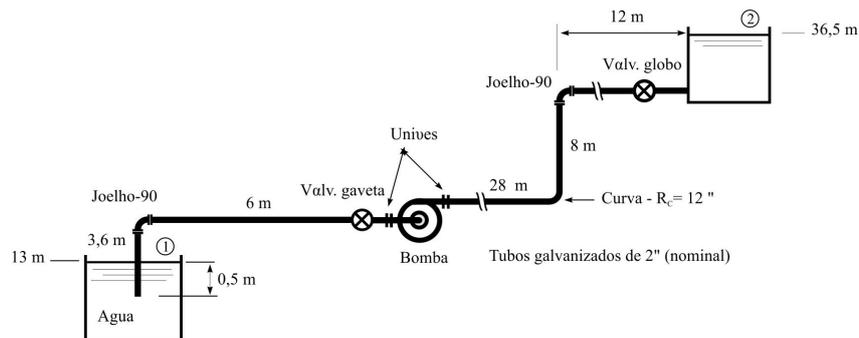
3) Atribuindo os valores numéricos na Eq(1.a), obtém-se a pressão em R (jusante da válvula), $p_R = 13,16 \text{ bar}$. A altura de bombeio é obtida aplicando a equação de energia entre os pontos S e R. Lembrando que a velocidade pela válvula é $V_v = Q_T/A_v = 6,08 \text{ m/s}$

$$\rho g h_b = (p_R - p_S) + K_v \frac{\rho V_v^2}{2} = (13,16 - 5,4) \times 10^5 + 18 \times \frac{1000 \times 6,08^2}{2} = 11,08 \text{ bar} \quad (4)$$

e a potência hidráulica da bomba

$$W_b = \rho g h_b Q_T = \Delta p Q_T = 11,08 \times 10^5 \times 0,0493 \times 10^{-3} = 54,6 \text{ kW}$$

Exercício 6.3 Uma bomba, com curva característica indicada, bombeia água pelo sistema esquematizado abaixo. 1) Para as válvulas totalmente abertas calcule: a) a vazão; b) a potência requerida (kW). 2) Para a válvula globo parcialmente fechada, $K_v = 80$, calcular os mesmos parâmetros.



Solução:

1) Aplicando a equação de energia entre os pontos 1 e 2

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_b = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{tot} \quad (1)$$

onde a perda total de energia devido ao atrito viscoso, h_{tot} , é a soma de todas as perdas no sistema. Como o diâmetro é constante, temos, Eq. (4.1.4)

$$h_{tot} = h_f + \sum h_d = \left(\frac{fL}{d} + \sum K \right) \frac{V^2}{2g} \quad (2)$$

A equação de energia (1), combinada com a Eq.(2), torna-se (considerando $p_1=p_2=0$; $V_1=V_2=0$)

$$h_b = z_2 - z_1 + h_{tot} = z_2 - z_1 + \left(f \frac{L}{D} + \sum K_e\right) \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (3)$$

A tabela a seguir mostra os valores escolhidos para as perdas localizadas (obtidos da Tabela 4.1.1)

Perda	Qtd	K	Qtd × K
Entrada súbita	1	0,8	0,8
Saída	1	1	1
Válvula gaveta aberta	1	0,2	0,2
Válvula globo aberta	1	10	10
Joelho comum	3	0,9	2,7
União	2	0,1	0,2
Sub-total	–	–	14,9

O comprimento total do duto é $L_t=3,6+6+28+8+12=57,6$ m, enquanto o recalque, $\Delta z= z_2 - z_1= 36,5 - 13=23,5$ m. Portanto, da Eq. (3),

$$\begin{aligned} h_b &= z_2 - z_1 + \left(f \frac{L}{D} + \sum K_e\right) \frac{Q^2}{2gA^2} \\ &= 23,5 + \left(f \frac{57,6}{0,0525} + 14,9\right) \times \frac{Q^2}{2 \times 9,81 \times \left[\frac{\pi}{4} (0,0525)^2\right]^2} \\ &= 23,5 + (14,9 + 1097 \times f) \times \frac{Q^2}{91,9 \times 10^{-6}} \\ &= 23,5 + 1,088 \times 10^4 \times (14,9 + 1097 \times f) \times Q^2 \end{aligned} \quad (4)$$

o número de Reynolds é

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi \nu D} \quad (5)$$

Com esta expressão e $\epsilon/D=0.003$ (obtido da tabela para rugosidade relativa para tubo galvanizado de 2"), e admitindo uma velocidade média em torno de 4,5 m/s (típica para instalações dessa natureza), obtém-se $Re=236.000$. Do gráfico de Moody, ou da Eq. de Haaland (3.2.31), $f=0,0267$. A Eq.(4) reduz-se

$$h_b = 23,5 + 0,03710 Q^2 \quad (6)$$

com Q expresso em m^3/h . Ora a equação característica da bomba está indicada no gráfico. Portanto, igualando as duas expressões obtém-se a vazão de operação

$$h_b = 88 - 0,02588 Q^2 = 23,5 + 0,03710 Q^2 \quad \therefore \quad Q = 32 \text{ (m}^3/\text{h)} \quad (7)$$

De onde concluímos também que $h_b = 61,5$ m. A solução está indicada no ponto-A no gráfico. Observamos também que o rendimento para este ponto é de 77%. Logo, a potência de bombeio será

$$N_b = \frac{\gamma_w}{\eta} Q h_B = 9,81 \times 1000 \times \frac{32 \times 61,5}{3600 \times 0,77 \times 1000} = 7,0 \text{ kW Resp.} \quad (8)$$

2) Para $K_v = 80$ a Eq. (4) torna-se

$$h_b = 23,5 + 0,09586 Q^2 \quad (9)$$

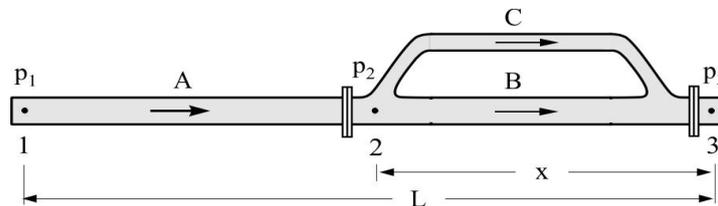
que igualada com a curva da bomba produz um novo valor para a vazão

$$h_b = 88 - 0,02588 Q^2 = 23,5 + 0,09586 Q^2 \quad \therefore \quad Q = 23 \text{ (m}^3/\text{h)} \quad (10)$$

enquanto a altura de recalque para esta condição é, então, $h_b = 74,3$ m. A solução está mostrada no gráfico pelo ponto-B. E a potência de bombeio é (com $\eta = 0,79$)

$$N_b = \frac{\gamma_w}{\eta} Q h_B = 9,81 \times 1000 \times \frac{23,0 \times 74,3}{3600 \times 0,79 \times 1000} = 5,9 \text{ kW Resp.} \quad (11)$$

Exercício 6.4 Um duto transporta óleo cru ($\rho = 866 \text{ kg/m}^3$) entre duas localidades distantes 120 km. A linha original está representada na figura abaixo pelos segmentos A e B. A operadora decide aumentar a vazão em 25% acrescentando um trecho paralelo, C, na parte final. Mantendo-se as pressões de entrada e saída, pontos 1 e 3, pede-se estimar o comprimento do segmento C. Os seguintes dados são fornecidos: i) diâmetros internos, $D_A = D_B = 10''$ (247 mm); $D_C = 14''$ (325 mm); ii) $p_1 = 116$ bar; $p_3 = 4,6$ bar; iii) coeficiente de atrito médio nos dutos, $f = 0,027$; iv) perdas localizadas nos pontos 2 e 3 e respectivas curvas, $K = 0,9$ (somente para a linha C).



Solução: Este é um exemplo típico em que devemos evitar uma solução numérica imediata – como em tantas outras situações! Para o sistema original, Eq. (6.1.1)

$$p_1 - p_3 = K_o^* Q^2 \quad \text{onde} \quad K_o^* = \frac{8\rho}{\pi^2 D_A^4} \frac{fL}{D_A} \quad (1)$$

Das Eqs. (2.62) e (2.66) obtém-se as resistências dos segmentos A, B e C

$$K_A = \frac{8\rho}{\pi^2 D_A^4} \frac{f(L-x)}{D_A} \quad ; \quad K_B = \frac{8\rho}{\pi^2 D_B^4} \frac{fx}{D_B} \quad ; \quad K_C = \frac{8\rho}{\pi^2 D_C^4} \left[\frac{fx}{D_C} + 2K_d \right] \quad (2)$$

A equação característica do sistema é

$$p_1 - p_3 = K_T [(1+\alpha)Q]^2 = (1+\alpha)^2 K_T Q^2 \quad \text{onde} \quad K_T = K_A + [K_B^{-1/2} + K_C^{-1/2}]^{-2} \quad (3)$$

A resistência total K_T é, então, calculada pela soma das resistências K_A com a equivalente do grupo paralelo K_B e K_C . O fator α representa a fração de aumento esperado na vazão: $\alpha = 0,25$ no caso presente. Igualando as quedas de pressão nas Eqs. (1) e (3)

$$f(x) = K_o^* - (1+\alpha)^2 K_T = 0 \quad (4)$$

com K_o^* e K_T definidos em (1) e (3), respectivamente. Note que a expressão para K_T em (3) contém a incógnita- x , conforme se pode observar das equações para K_A , K_B e K_C em (2). Para os dados especificados encontramos como solução da Eq. (4), $x = 48,66$ km. A vazão na linha original é então obtida diretamente de (1); $Q = 5.796$ m³/d. Com a derivação obtém-se $Q_{\text{nov}} = 7.245$ m³/d.

Analisemos agora a expressão geral para o comprimento- x no caso em que os diâmetros e os coeficientes de atrito sejam todos iguais e as perdas locais ignoradas. Resolvendo a Eq. (4) encontramos a relação,

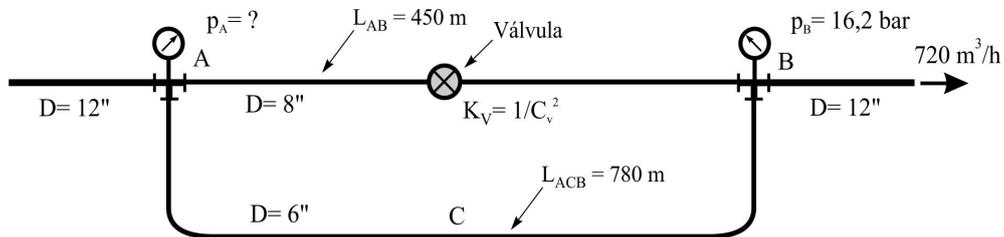
$$\frac{x}{L} = \frac{4}{3} \left(\frac{\beta - 1}{\beta} \right) \quad \text{com} \quad \beta = (1+\alpha)^2 \quad (5)$$

Para os dados do problema (hipótese de diâmetros iguais etc.) e $\alpha = 0,25$, encontramos $x/L = 0,48$. Portanto, $x = 0,48 \times 120 = 57,6$ km. Como esperado, pouco mais extenso do que com uma derivação de 14" (original era de 10"). Finalmente, para dobrar a vazão ($\alpha = 1 \therefore \beta = 4$), encontramos $x = L$. Evidentemente, uma segunda linha, idêntica à primeira!

Exercício 6.5 Óleo cru API= 30 a 23°C é bombeado por um duto de 12" que se divide em dois ramos, um de 8" e outro de 6", mostrado na figura. Num teste do sistema para vazão de 720 m³/h no duto principal de 12" a pressão em B é de 16,2 bar. O trecho AB tem comprimento de 450m e ACB de 780m.

Uma válvula está instalada no trecho AB com coeficiente de perda C_v . Para valores de $C_v = 0,5, 0,10$,

0,010 e 0,001 e 0 pede-se: 1) a pressão no ponto A; 2) as vazões nos trechos AB e ACB. Obs. a) dutos são de aço comercial (wrought) Schedule 40, diâmetros indicados são nominais; b) estime a viscosidade por Beggs & Robinson; c) despreze eventuais perdas localizadas nas conexões em A e B; c) calcular a pressão solicitada em bar e as vazões em m³/h. Dica: Sua solução requererá um processo iterativo; é recomendado obtê-la por um programa de computador.



Solução: Calculemos a densidade e a viscosidade do óleo (Beggs & Robinson)

$$\gamma = \frac{141,5}{131,5+30} = 0,8761 \quad \therefore \quad \rho = 998,2 \times 0,8761 = 874,6 \text{ kg/m}^3$$

$$x = (1,8 \times 23 + 32)^{-1,163} e^{13,108 - 6,591/0,8746} = 1,7786 \quad (1)$$

$$\mu_o = 10^{x-3} - 0,001 = 0,0590 \text{ Pa-s}$$

O sistema é composto por duas linhas em paralelo. Tendo em vista a expressão para a perda de pressão (6.1.2), obtém-se para as linhas 1 e 2 (450m e 780m, respectivamente)

$$K_1 = \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho}{D_1^4} \left[\frac{f_1 L_1}{D_1} + K_v \right] \quad (2)$$

$$K_2 = \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho}{D_2^4} \frac{f_2 L_2}{D_2}$$

e o coeficiente de resistência total, K_T , entre os pontos A e B

$$\frac{1}{\sqrt{K_T}} = \frac{1}{\sqrt{K_1}} + \frac{1}{\sqrt{K_2}} \quad (3)$$

A queda de pressão entre os pontos A e B é dada pela expressão, Eq. (6.2.7),

$$p_A - p_B = K_T Q_T^2 \quad (4)$$

Um processo iterativo se faz necessário agora para estimar os coeficientes de atrito f_1 e f_2 . Iniciamos com

$f_1=f_2= 0,020$. A tabela abaixo sumartiza os resultados para cinco iterações para cinco condições do coeficiente de perda da válvula, $C_v=(0,5;0,10;0,010;0,001;0)$.

Cv	Linha	D (m)	Re	f	K	p _A (bar)	Q (m ³ /h)
0,5	1	202	13754	0,02801	$0,282745 \times 10^8$	22,25	529,9
	2	154	6471	0,03443	$0,219762 \times 10^9$		190,1
0,1	1	202	11728	0,0292	$0,702772 \times 10^8$	27,13	451,9
	2	154	9128	0,03126	$0,199576 \times 10^9$		268,1
0,01	1	202	3041	0,03377	$0,42898 \times 10^{10}$	61,04	117,1
	2	154	20523	0,02538	$0,162010 \times 10^9$		602,9
0,001	1	0,202	358	0,1824	$0,425954 \times 10^{12}$	75,48	13,52
	2	0,154	24042	0,02443	$0,155970 \times 10^9$		706,48
0	1	0,202	0	-	$0,425781 \times 10^{21}$	77,5	0
	2	0,154	24511	0,02432	$0,155272 \times 10^9$		720

Observe os seguintes pontos:

- 1- À medida que a válvula é fechada a vazão diminui no ramo AB e cresce na derivação ACB.
- 2- Neste processo a numero de Reynolds diminui em AB e cresce em ACB.
- 3- O fator de atrito tende a crescer com a redução no numero de Reynolds e decrescer com o aumento no valor de Reynolds.
- 4- Naturalmente, uma redução maior no coeficiente de descarga da válvula tenderá a reduzir a vazão em AB até a interrupção complete da vazão em AB com $C_v \Rightarrow 0$ e o desvio total do flux para a derivação ACB.
- 5- A pressão em A tende a crescer progressivamente com o desvio da vazão para ACB por ter esta linha diâmetro inferior a AB e absorver crescentes valores de vazão. Para válvula totalmente fechada ($C_v=0$) a pressão chega a 77,5 bar.

Exercício 6.6 Considere um sistema de três reservatórios interligados por uma junção, conforme esquematizado na Fig. 6.3, cujos dados geométricos estão especificados na tabela a seguir. A elevação da junção é $z_j= 45m$. Os três reservatórios estão cheios de óleo com densidade $\rho= 855 \text{ kg/m}^3$ e viscosidade $\mu= 10,5 \text{ cp}$. Deseja-se saber: i) o valor das vazões nos dutos; ii) a pressão estática na junção; iii) os coeficientes de atrito de Darcy-Weisbach nos dutos.

Duto	Elv. Res. (m)	Compr. duto (m)	Dia. duto (mm)	Perda local (-)	Rugosidade (mm)
1	32	120	64	0,5	0,3
2	160	195	82	0,5	0,2
3	65	110	48,9	0,5	0,15

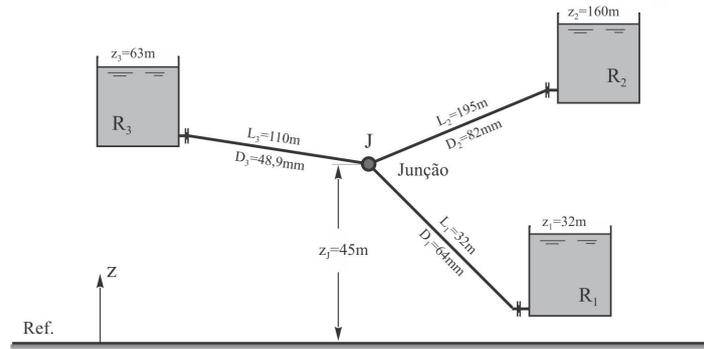


Figura-6.6 Sistema fora de escala.

Solução: A solução para este sistema foi encontrada com base na teoria exposta no §6.2.3. Para tanto foi desenvolvido um programa numérico que apresentou os seguintes resultados:

Iter (-)	Duto (-)	f (-)	Vazão (m ³ /h)	Veloc. (m/s)	h _j (m)
0	1	0,02	-60,18	-5,2	40,67
	2	0,02	103,66	5,45	
	3	0,02	-19,07	-2,93	
1	1	0,038	-53,17	-4,59	63,38
	2	0,033	73,8	3,88	
	3	0,037	-20,63	-3,17	
2	1	0,039	-50,18	-4,33	57,44
	2	0,035	69,15	3,64	
	3	0,037	-18,97	-2,91	
3	1	0,039	-49,72	-4,29	57,09
	2	0,036	68,75	3,62	
	3	0,037	-19,03	-2,92	
4	1	0,039	-49,68	-4,29	57,09
	2	0,036	68,7	3,61	
	3	0,037	-19,03	-2,92	

A iteração seguinte reproduz praticamente os valores da iteração-4, considerada solução do problema. O resultado indica que o reservatório 2 alimenta os reservatórios 1 e 3 (ambos apresentam fluxo negativo) com uma vazão de 68,7 m³/h. Observe também a evolução dos coeficientes de atrito f. A estimativa inicial $f=0.020$ converge para valores distintos em cada duto como consequência dos diferentes números de Reynolds. A altura estática na junção é de 57,09 m; i.e., $p_j = 479 \text{ kPa} (= 855 \times 9,81 \times 57,09 \text{ Pa})$.

Exercício 6.7 Deseja-se transportar óleo entre duas localidades por um oleoduto com diâmetro constante. O óleo deve ser bombeado por uma única bomba centrífuga instalada no ponto inicial 1, sendo acionada por uma turbina a gás natural. Para uma análise econômica simplificada deste investimento, sugira alternativas para o diâmetro do duto e a potência do sistema de bombeio. Dados

conhecidos são mostrados na tabela a seguir.

Solução: a) Massa específica do óleo (API 32)

$$\gamma_o = \frac{141,5}{131,5 + 32} = 0,8654 \quad \therefore \rho_o = \gamma_o \rho_w = 0,8654 \times 999,04 = 864,6 \text{ kg/m}^3$$

b) Viscosidade do óleo: utilizando a expressão empírica ($T \rightarrow ^\circ\text{C}$ e $\mu \rightarrow \text{cp}$)

$$\log \log(\mu_o + 1) = 1,8653 - 0,025086 \text{ API} - 0,5644 \log(1,8T + 32)$$

para API 32 e $T = 26 ^\circ\text{C}$ obtém-se $\mu_o = 8,6 \text{ cp} = 8,6 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

Variável	Definição	Valor
Elevação do ponto 1 - entrada (z_1)	m	13
Elevação do ponto 2 - término (z_2)	m	437
Distância entre 1 e 2 (L)	km	96
Vazão de óleo a ser bombeado	m^3/d	2.800
Material do duto (novo)	Aço X65	---
Rugosidade absoluta (novo)	μm	70
Temperatura ambiente média	$^\circ\text{C}$	23,0
Temperatura média do óleo no duto	$^\circ\text{C}$	26,0
Grau API do óleo	API	32
Velocidade máx. admissível p/óleo	m/s	3,0
Perdas localizadas totais ao longo do duto	% L	1,8
Rendimento da bomba	η_b	0,88
Rendimento da turbina a gás	η_t	0,29
Custo total de construção do duto	US\$/m-pol	75
Custo da bomba	US\$/kw	1400
Custo da turbina	US\$/kw	2.100
Custo de manutenção - bomba-turbina	US\$/kw-ano	25
Custo de manutenção - duto	US\$/km-pol-ano	150
Custo de seguro - bomba-turbina	US\$/kw-ano	15
Custo de energia (gás natural)	US\$/MMBtu	8
Amortização - duto	Anos	20
Amortização - bomba e turbina	Anos	20
Juros para essas captações	% a.a.	8,0

c) Com o limite de velocidade máxima de 3 m/s determina-se o diâmetro interno mínimo de 125mm, ou D= 6" nominal.

d) Da equação de energia aplicada entre os dois extremos da linha

$$H_h = z_2 - z_1 + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + h_{loc} = z_2 - z_1 + f \frac{L_t}{D} \frac{V^2}{2g} = z_2 - z_1 + \frac{8}{\pi^2 g} \frac{f L_t Q^2}{D^5}$$

sendo H_h a altura de bombeio. Os dados especificam que o total das perdas localizadas (h_{loc}) ao longo do oleoduto (curvas, emendas e válvulas diversas) podem ser aproximadas por um percentual a mais no comprimento do duto (no caso, de 1,8 %). Logo $L_t = 1,018 \times 96 = 97,73$ km. Como $Q = VA = V\pi D^2/4$, introduzindo os dados numéricos na expressão acima ($g = 9,80$ m/s², $z_1 = 13$ m, $z_2 = 437$ m, $L_t = 97730$ m e $Q = 2800$ m³/d) obtém-se para o número de Reynolds, H_h e a potência de bombeio P_h

$$Re = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{4Q\rho}{\pi\mu} \frac{1}{D} = \frac{4 \times 2800 / 86400 \times 864,6}{\pi \times 8,64 \times 10^{-3}} \frac{1}{D} = \frac{4150,4}{D}$$

$$H_h = 424 + 8,489 \frac{f}{D^5} \quad e \quad P_h = \rho g H_h Q = 274,6 H_h \quad (1)$$

Naturalmente, a potência da bomba terá que ter em conta o rendimento hidráulico especificado e a potência da turbina e o rendimento desta. As potências finais serão, então.

$$P_b = \frac{P_h}{\eta_b} \quad e \quad P_t = \frac{P_h}{\eta_b \eta_t} \quad (2)$$

Com essas expressões estimam-se os resultados para dois diâmetros nominais NPS-6 ($D = 154,1$ mm) e NPS-8 ($D = 202,7$ mm), cujos valores estão mostrados na Tabela-A. A tabela subsequente mostra alguns custos importantes relativos ao projeto. Nenhuma análise detalhada sobre o investimento foi realizado, para tanto teriam que ser considerados diversos outros elementos financeiros, como custos de operação, do óleo, impostos, taxa de juros do mercado, custo do capital, taxa de retorno da empresa, riscos do projeto etc.

Incertezas no Projeto - Cuidados

As estimativas dos diversos parâmetros indicados na Tabela-A contêm incertezas de várias naturezas associadas a valores de variáveis como: diâmetro interno do duto, rugosidade absoluta, temperatura de operação e viscosidade efetiva do óleo fórmula para cálculo do coeficiente de atrito. Todos com impactos diretos no cálculo do coeficiente de atrito f e, conseqüentemente, no cálculo da perda de energia ao longo do duto e das potências requeridas para a bomba centrífuga e da turbina a gás.

Não faremos aqui um estudo detalhado sobre cada uma dessas incertezas. Nos restringiremos a somente algumas análises que devem ser consideradas num projeto dessa natureza.

a) Diâmetros internos esperados. Em geral os valores indicados em tabelas são bastante precisos, podendo ser considerados corretos;

b) Rugosidade absoluta. Altamente incerta. Duas possibilidades: a- Valor indicado para o duto novo pode estar consideravelmente fora do real; b- Rugosidade varia com a o uso, i.e. com a idade do duto;

c) Temperatura de operação do fluido em escoamento pode variar consideravelmente, afetando o valor da viscosidade, por exemplo;

d) Viscosidade especificada do fluido pode conter erros, tanto de avaliação (sem uma referência de laboratório) ou da temperatura efetiva de operação;

e) Fórmula para cálculo do fator de atrito contém incertezas próprias. Colebrook-White, por exemplo, pode sugerir valores com incertezas de até 20%.

Custos. Necessário calcular custos de capital dos equipamentos do projeto. Particularmente, investimentos para aquisição do duto, da bomba e da turbina.

Uma equação útil associada ao valor atual PV (Valor Presente) para uma série de pagamentos anuais R (em US\$, por exemplo) à taxa anual de juros i, é

$$PV = \frac{R}{i} \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad (3)$$

de onde conclui-se

$$\frac{R}{PV} = \frac{i}{\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]} \quad (4)$$

onde

PV	= Valor Presente (atual), \$
R	= Pagamentos anuais, \$
i	= Juros anuais (fração)
n	= Número de anos

A tabela seguinte mostra algumas possibilidades de (R/PV), Eq. (4), para juros e anos de pagamentos.

Juros %	Número de anos		
	12	15	20
6,00	0,119277	0,102962	0,087184
8,00	0,132695	0,116829	0,101852
10,00	0,146763	0,131473	0,117459

O resultado indicado na Tabela-B (valores para os pagamentos anuais calculados de acordo com a Eq. 4) mostra que o transporte pela linha de 8" custará cerca de US\$6,085/m³, enquanto pela linha de 6" o valor

esperado é US\$6,510/m³. A análise sugere que a opção pelo duto maior (8") deve ser mais interessante, embora o custo do transporte seja mais elevado. Deve-se considerar também que o aumento no custo para um aumento na vazão – para futura expansão, v.g. –, será consideravelmente menor para uma linha de 8" do que de 6". Observe ainda que os custos cumulativos do duto e da bomba têm importância significativa no total. Uma taxa de juros maior, ou menor, pode mudar a relação final entre as duas opções.

A Tabela-A mostra que a pressão de bombeio para a linha de 6" (244 bar), está muito acima do valor admissível para equipamentos comercialmente disponíveis no mercado, quando a pressão máxima para bombas centrífugas é da ordem de 100 bar em geral. Para a linha de 8" a pressão (91,4 bar) está dentro deste limite. Valores excessivos para a pressão têm consequência direta sobre pelo menos dois aspectos: a- no dimensionamento da bomba e a necessidade de utilização alternativa de duas ou três estações de compressão; b- no dimensionamento do duto, uma vez que regiões de altas pressões requererão espessuras maiores para a parede. Ambos modificariam a avaliação dos custos. Valores indicados entre parênteses referem-se às expectativas para potências disponíveis para os respectivos equipamentos (bombas e turbinas) no mercado. Custos de aquisição foram baseados nesses valores.

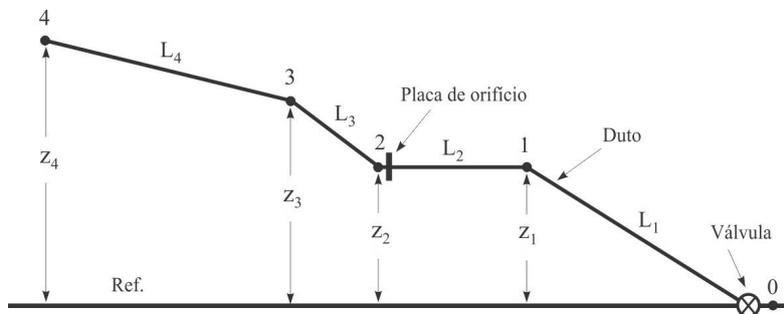
Tabela-A Alguns parâmetros do sistema

Variável	Unidade	NPS-6	NPS-8
D	m	0,1541	0,2027
A	m ²	0,01865	0,03227
ε	mm	0,070	0,070
ε/D	-	0,00045	0,00034
Q	m ³ /d	2.800	2.800
V	m/s	1,738	1,000
μ	cp	8,596	8,596
ρ	kg/m ³	864,6	864,6
Re	-	26.933	20.475
f	-	0,02514	0,02641
H _h	m	2.880	1.080
Δp	bar	244	91,4
P _h	Kw	790	296
P _b	Kw	899 (900)	337 (350)
P _t	Kw	3.100 (3.100)	1.161 (1.200)

Tabela-B Custos globais do sistema

Custos do Projeto		
Item de Custo	Opção de Diâmetro	
	NPS-6	NPS-8
Custos Unitários		
Duto	43.200.000	57.600.000
Bomba	1.260.000	490.000
Turbina	6.510.000	2.520.000
Custos Anuais		
Amortização - duto	4.400.015	5.866.687
Amortização - bomba + turbina	791.392	306.575
Seguro - bomba + turbina	100.000	38.750
Manutenção - duto	86.400	115.200
Manutenção - bomba + turbina	100.000	38.750
Energia (turbina)	741.440	287.000
Sub-Total	6.219.247	6.652.962
Custos de Transporte		
US\$/m³	6,085	6,51
US\$/bbl	0,97	1,038

Exercício 6.8 Um poliduto é projetado para transportar óleo entre os pontos 0 e 4, conforme esquematizado na figura. Uma operação de manutenção requer a sua drenagem para o qual deseja-se saber o tempo total para dois fluidos: querosene e óleo mineral. Durante o procedimento as duas extremidades encontram-se abertas para a atmosfera. Para controlar o fluxo existe uma válvula na extremidade inferior com coeficiente de perda de carga K_v . Por outro lado, uma placa de orifício está instalada no ponto 2, final da seção horizontal L_2 , cujo coeficiente de perda é K_o . Para os dados fornecidos a seguir, determinar os respectivos tempos de drenagem, assim como outros parâmetros relevantes do problema como: velocidade e coordenada da superfície livre em função do tempo.



Parâmetros			Geometria			
Variável	Unid.	Valor	Seg.	Pto.	Cota (m)	Comp. (m)
			1	0	0	--
Diâmetro duto	mm	154	1	1	92	2200
Rugosidade	mm	0,05	2	2	92	1300
Coef. perda orifício	-	300	3	3	137	750
Coef. perda válvula	-	50	4	4	235	3300
Vis.-querosene	cp	1,82				
Den.-querosene	kg/m ³	810				
Vis.-Óleo	cp	15				
Den.-Óleo	kg/m ³	865				
Vol. total no duto	m ³	140,63				

Solução:

A solução foi obtida a partir de um software desenvolvido em Fortran para problema genérico utilizando as equações sugeridas neste capítulo. O duto pode ser subdividido em até cem segmentos retilíneos com cada um em outros cem subsegmentos de discretização. Elementos com resistências localizadas, como orifícios, flanges, curvas etc, podem ser instalados em pontos de encontro dos segmentos. Repare que uma vez ultrapassado certo elemento pelo líquido, este deixa de ser considerado nos cálculos. O fator de atrito é avaliado a cada instante em função da velocidade do fluido e suas propriedades pela fórmula de Haaland, se escoamento for turbulento.

O volume total de líquido descarregado é obtido integrando a vazão ao longo do processo de drenagem e comparado com o volume inicial total no duto. A diferença relativa é o erro do procedimento numérico, denominado *erro nos volumes*. Cálculos são baseados na teoria mostrada no § 6.4.3.

Resultados das simulações estão indicados a seguir. Cada segmento principal foi dividido em 10 subsegmentos; portanto o modelo contempla 40 subsegmentos ao todo. Os erros nos volumes ficaram em torno de 2,7%. Aumentando o número de subsegmentos para 20 o erro cai para abaixo de 1%.

Tempo de Drenagem		
Fluido	Tempo	
	Seg.	Min.
Querosene	4.209	70,1
Óleo	6.694	111,6

A Fig. 6.12 mostra o avanço da superfície livre do líquido com o tempo para os dois fluidos, enquanto a Fig. 6.13 indica em detalhe a variação da velocidade da superfície líquida ao longo do duto. Observe que o ponto de referência para a movimentação encontra-se no ponto de descarga, onde se encontra a válvula de controle para o fluxo, extremo direito da Fig. 6.12; também mostrado no esquemático da linha (figura acima). Ou seja, a medida que o duto esvazia, o ponto representativo da

superfície livre caminha do ponto superior, à esquerda, no sentido da descarga na parte inferior. Note, Fig. 6.13, que, na posição $s = 4050\text{m}$ do ponto superior (topo da linha), ocorre uma aceleração súbita, sobretudo para o querosene; o ponto refere-se à passagem final do líquido pela placa de orifício ali instalada. Após atingir a velocidade máxima, em torno de 5.500m do topo, na entrada do segmento-2, o fluido desacelera gradativamente até atingir velocidade nula no ponto de descarga.

Embora seja observado uma variação significativa nas velocidades, as acelerações são relativamente baixas, uma vez que a escala de tempo é grande. Por exemplo, nos últimos 500m (final da drenagem), a velocidade do querosene cai de $1,9\text{ m/s}$ para zero, Fig. 6.13; correspondendo uma aceleração média em torno de $0,004\text{ m/s}^2$. Para esse trecho final (500m de líquido) o diferencial de pressão necessário para promover esta aceleração é de somente 20 cm de coluna de querosene, o que justifica a hipótese inicial do modelo teórico de que o escoamento é quasi-estático.

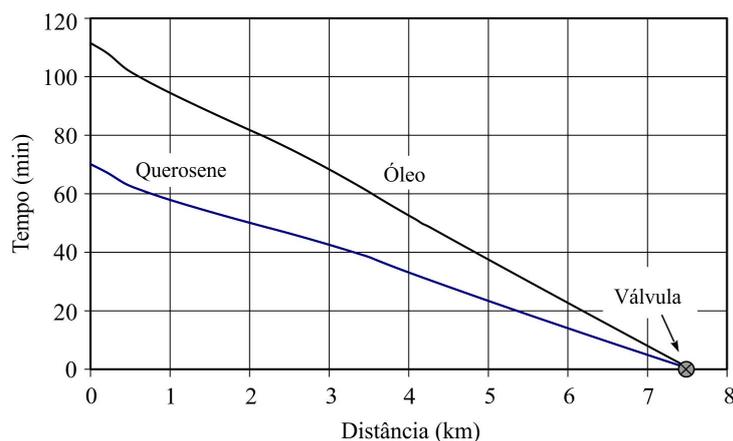


Figura 6.12 Variação da superfície livre do líquido com o tempo.

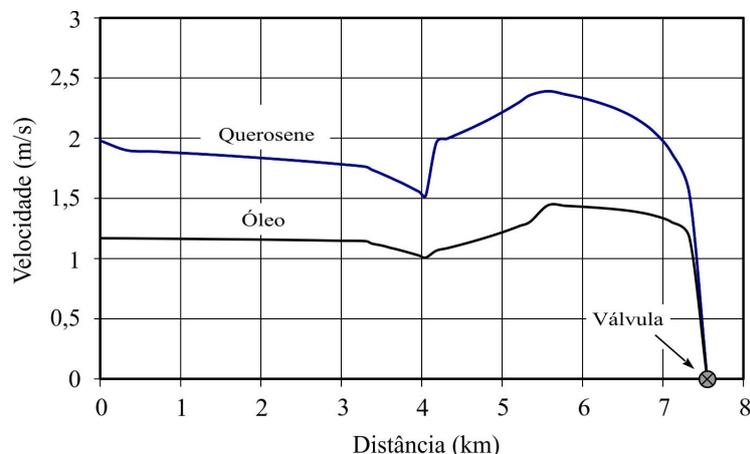
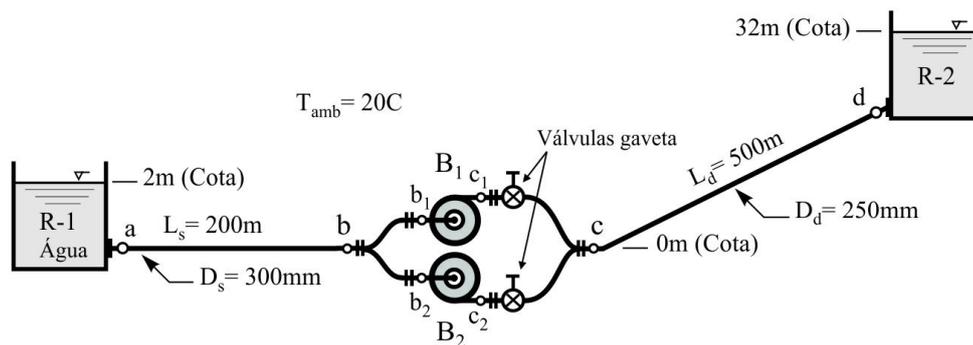


Figura 6.13 Variação da velocidade da superfície livre do líquido com a posição no duto.

Exercício 6.9 Um sistema de bombeamento de água (20°C) está esquematizado na figura onde os dutos são de aço forjado. Duas bombas centrífugas idênticas estão instaladas em paralelo entre os pontos b e c. Na descarga de cada uma das bombas estão instaladas válvulas gaveta que se encontram parcialmente

fechadas com coeficientes de perda localizada (de cada válvula) $K_v = 15$. Estes coeficientes refletem as perdas de pressão entre os segmentos c_1 - c e c_2 - c . Ou seja, incluem as perdas nas válvulas, por atrito nos segmentos, e nos flanges. Os dois segmentos têm o mesmo diâmetro do duto de descarga, ou seja, 250 mm. De forma análoga, os segmentos no lado de sucção, b - b_1 e b - b_2 têm o mesmo diâmetro da linha de sucção, 300 mm. Entre b e b_1 e b e b_2 as perdas podem ser representadas por um coeficiente de perda $K_s = 0,30$ ($h_{b-b_1} = h_{b-b_2} = K_s V_s^2 / 2g$). Cada uma das bombas tem uma curva de desempenho definida pela equação $H_b = 82 - 328Q_b^2$, com H_b em metros e a vazão, Q_b , em m^3/s (Q_b é a vazão passando pela bomba). A eficiência das bombas é de 73%. Determinar: a) a vazão no sistema; b) a potência requerida pelas bombas. Para funcionamento adequado e evitar cavitação, as bombas requerem que a pressão mínima na sucção seja de 0,6 atm (absoluta). Para que esta condição ocorra, pede-se: c) a vazão máxima admissível; d) as potências requeridas pelas bombas. Obs. 1) Considere perdas de entrada e saída de reservatórios; 2) O esquema das bombas representa uma projeção horizontal da instalação; ou seja, por hipótese, todo o conjunto das bombas encontra-se na cota de 0,0 m (indicado na figura).



Solução:

Índices s e d representam lado de sucção e de descarga, respectivamente. Da Fig.3.2.5 do Livro Texto encontramos para as rugosidades relativas para duto de aço forjado

$$(\epsilon/D)_s = 0,00012 \quad e \quad (\epsilon/D)_d = 0,00015$$

Para obter os números de Reynolds iniciamos com uma estimativa da velocidade na descarga de 4m/s (um valor próximo do esperado para esse tipo de instalação). Obtemos então para a velocidade do lado de sucção 2,8m/s. Os números de Reynolds para esses valores são, respectivamente, $Re_s = 0,83 \times 10^6$ e $Re_d = 1,0 \times 10^6$. Assim estimamos os fatores de atrito de Darcy (da equação de Haaland, ou do diagrama de Moody), $f_s = 0,0138$ e $f_d = 0,0140$. Aplicando a equação de energia entre as superfícies dos reservatórios, onde os pontos 1 e 2 referem-se às superfícies dos reservatórios, e K_a e K_d os coeficientes de perdas localizadas na saída (a) e entrada (d) dos reservatórios

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + H_b = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + K_a \frac{V_s^2}{2g} + K_s \frac{V_s^2}{2g} + K_v \frac{V_d^2}{2g} + K_d \frac{V_d^2}{2g} + f_s \frac{L_s}{D_s} \frac{V_s^2}{2g} + f_d \frac{L_d}{D_d} \frac{V_d^2}{2g}$$

Fazendo uso de $V_1=V_2=p_1=p_2=0$, e reescrevendo velocidades em função de vazões

$$H_b = (z_2 - z_1) + \frac{8}{\pi^2 g} \left[\frac{(K_a + K_s + f_s L_s / D_s)}{D_s^4} + \frac{(K_v + K_d + f_d L_d / D_d)}{D_d^4} \right] Q^2$$

A curva de desempenho das bombas é conhecida, $H_b = 82 - 328Q_b^2$. Todavia, como temos duas bombas idênticas, com condições de fluxo iguais (válvulas igualmente abertas etc.), a vazão por cada uma é exatamente a metade da vazão do sistema, ou seja $Q_b = Q/2$. Portanto a curva característica, escrita em função da vazão Q , é $H_b = 82 - 328Q_b^2 = 82 - 82Q^2$. Logo

$$H_b = 82 - 82Q^2 = (z_2 - z_1) + \frac{8}{\pi^2 g} \left[\frac{(K_a + K_s + f_s L_s / D_s)}{D_s^4} + \frac{(K_v + K_d + f_d L_d / D_d)}{D_d^4} \right] Q^2$$

Com estimativas para os fatores de atrito mencionados acima obtemos a equação

$$H_b = 82 - 82Q^2 = (32 - 2) + 1032,75Q^2$$

cuja solução é $Q = 0,21598 \text{ m}^3/\text{s}$, com as velocidades $V_d = 4,4 \text{ m/s}$ e $V_s = 3,05 \text{ m/s}$. Com este valor reavaliamos os números de Reynolds e os respectivos fatores de atrito obtendo, $f_s = 0,0136$ e $f_d = 0,0139$. Para esses obtemos a solução (uma segunda iteração!)

$$Q = 0,21782 \text{ m}^3/\text{s} \quad ; \quad V_s = 3,081 \text{ m/s} \quad ; \quad V_d = 4,437 \text{ m/s} \quad \text{Resp}$$

A potência das bombas é obtida a partir da relação, $N_b = \rho g H_b Q_b / \eta_b$. A altura de recalque é calculada da equação de desempenho: $H_b = 82 - 328 \times (0,21782)^2 = 66,44 \text{ m}$. Então, para as duas bombas,

$$N_b = \frac{2}{\eta} \rho g H_b Q_b = \frac{2 \times 1000 \times 9,8 \times 66,44 \times 0,21782 / 2}{0,73} = 194.280 \text{ W} = 194,3 \text{ kW} \quad \text{Resp}$$

Condição Limite para Cavitação

A condição limite para ocorrência de cavitação na entrada da sucção da bomba é obtida calculando-se a vazão na linha de sucção de tal forma que a pressão na entrada seja o valor especificado. Neste caso, $p_s = 0,6 \text{ atm} = 0,6 \times 101325 = 60795 \text{ Pa (abs)}$. Ou $-0,4 \times 101325 = -40530 \text{ Pa} = -0,4053 \text{ bar (rel)}$.

Estamos considerando, portanto, uma pressão negativa na entrada da bomba igual a $p_s = -0,4053 \text{ bar}$.

Aplicando a equação de energia entre a superfície do reservatório-1 e a sucção

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_s}{\rho g} + \frac{V_s^2}{2g} + z_s + \left[K_a + K_s + f_s \frac{L_s}{D_s} \right] \frac{V_s^2}{2g}$$

Com $p_1=V_1=z_s=0$ obtém-se para V_s

$$V_s = \sqrt{\frac{2g(z_1 - p_s/\rho g)}{1 + K_a + K_s + f_s L_s/D_s}}$$

com os valores numéricos conhecidos (lembrando que $p_s = -40530$), e iniciando com $f_s = 0,013$, após duas iterações ($f_s = 0,0136$),

$$V_s = 3,343 \text{ m/s} \quad ; \quad Q = 0,2363 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{Resp}$$

Ou seja, com esta velocidade a pressão na entrada da bomba atinge o valor crítico de 0,6 atm (abs). A altura de recalque correspondente à vazão crítica é: $H_b = 82 - 328 \times (0,2363)^2 = 63,68\text{m}$. E a potência de bombeio (das duas bombas) para esta situação seria

$$N_b = \frac{2}{\eta} \rho g H_b Q_b = \frac{2 \times 1000 \times 9,8 \times 63,68 \times 0,2363 / 2}{0,73} = 202.008 \text{ W} = 202 \text{ kW} \quad \text{Resp}$$

Obs. O valor encontrado para a velocidade na sucção ($V_s = 3,34\text{m/s}$) é superior à velocidade de operação ($V_s = 3,08 \text{ m/s}$), indicando que o sistema está operando com uma pequena margem de segurança na pressão de sucção. Ou seja, com $V = 3,08 \text{ m/s}$ a pressão na entrada da bomba deve estar pouco acima de 0,6 atm, evitando possibilidade de cavitação na entrada da bomba. O motivo de termos um duto de maior diâmetro no lado de sucção é normalmente motivado por este controle. Diâmetros maiores implicam em velocidades menores e, conseqüentemente, menores perdas de carga. Se a pressão no reservatório inferior (R-1) é relativamente baixa, devemos ter este tipo de cuidado ao projetar o sistema. Uma maneira simples (nem sempre realizável) é aumentar a pressão na alimentação (R-1). Isto provoca um aumento linear na pressão em toda linha de sucção e, assim, na entrada da bomba.

Exercício 6.10 Uma unidade de bombeio entre um rio e um reservatório tem uma configuração, esquematizado na figura. Em operação normal água é bombeada do rio por bombas alimentadas por motores elétricos e escoada por um túnel revestido de concreto e aço e assim dirigida para um reservatório no alto da montanha. Quando o consumo de energia elétrica é elevado, o fluxo é revertido e as bombas convertidas em turbinas com fluxo do reservatório para o rio. Desta forma os motores elétricos são convertidos em geradores. Unidades motrizes como essas (bombas), quando operadas como turbinas, têm eficiência hidráulica inferior do que quando operando como bombas. Um problema perfeitamente superável pois a necessidade de energia adicional é mais importante do que ter o sistema operando sob condições “ótimas”. Além dos dados indicados na figura, conhecem-se as seguintes informações: i) o túnel vai do ponto B a C com comprimento de 1230m; ii) o duto AB tem o mesmo diâmetro interno do túnel (3,8m); iii) a válvula esférica está totalmente aberta, com coeficiente de perda $K_v = 0,7$; iv) o melhor ponto de operação como turbina corresponde a uma velocidade média no túnel de 4,25m/s; v) Operando como bomba, esta apresenta uma curva característica H vs Q dada pela equação: $H_b = 418 - 0,078Q^2$ (H_b em metros e Q em m^3/s); vi) a temperatura média da água é de 20 °C; vii) o duto de aço é forjado com rugosidade absoluta de 0,3mm. Calcular:

1.- Para a operação como turbina:

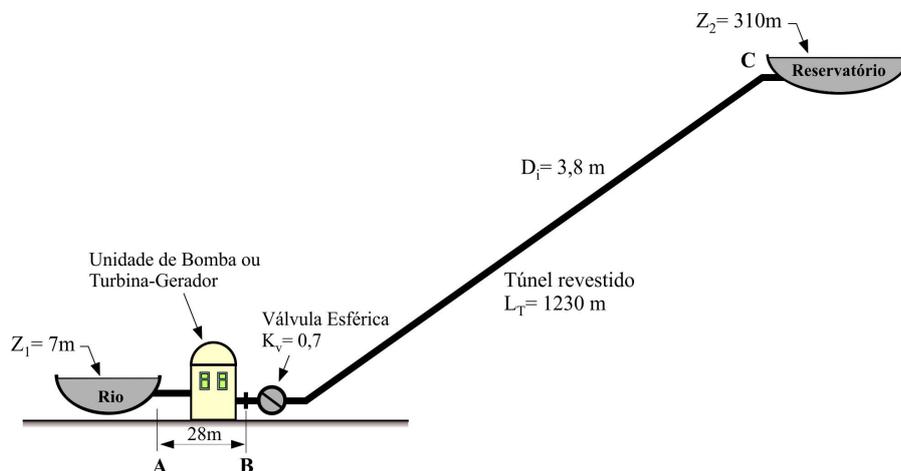
1.1- A potência gerada (Kw) se o rendimento da bomba é de 72,5% e dos geradores de 95,5%.

2.- Para a operação como bomba:

2.1- A vazão e a velocidade média no túnel;

2.2- A potência elétrica necessária dos motores para rendimento da bomba de 87% e dos motores de 96,5%;

2.3- O número de Reynolds e o fator de atrito de Darcy.



Solução:

1) Operação como Turbina

A equação de energia (2.4.23), aplicada entre as superfícies livres do rio e do reservatório superior, tem a forma,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 - h_s = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$

onde, de (2.4.24), $h_s = \dot{W}_s / \rho g Q$. Note, contudo, que nesta expressão o fluxo de massa é resultante de uma integral de superfície onde os sinais indicados refletem produtos escalares positivos no sentido do fluxo. Ou seja, o ponto montante do escoamento está, neste caso, implicitamente, no reservatório, e a jusante no rio uma vez que, obviamente, água seguirá nesta direção. Portanto, para simplificar a nomenclatura, consideraremos a vazão volumétrica Q como negativa e ficamos com a equação,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_s = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \left[f \frac{L}{D} + K_t \right] |V| \frac{V}{2g}$$

e assim, para pressões e velocidades nulas nos pontos extremos

$$h_s = (z_2 - z_1) - \left[f \frac{L}{D} + K_t \right] \frac{V^2}{2g}$$

Com $\varepsilon/D = 0,3/3800 = 0,000079$ e número de Reynolds $Re = \rho V D / \mu = 1,6 \times 10^7$ estimamos o fator de atrito a partir da fórmula de Colebrook. Após algumas iterações $f = 0,0116$. Logo,

$$h_s = (310 - 7) - \left[0,0116 \frac{1258}{3,8} + 0,7 \right] \frac{4,25^2}{2 \times 9,8} = 298,8 \text{ m}$$

De acordo com nossa nomenclatura para a 1ª lei da termodinâmica, um sinal positivo para a máquina indica que o sistema (água) está cedendo trabalho para o exterior; ou seja, trata-se de uma turbina. A potência sendo gerada pela instalação será então de ($Q = VA = 48,199 \text{ m}^3/\text{s}$),

$$N_{sys} = \eta_G \eta_T \rho g h_T Q = 0,955 \times 0,725 \times 998,2 \times 9,8 \times 298,8 \times 48,199 = 97,550 \text{ Kw} = 97,6 \text{ Mw}$$

Note que a perda total de energia por atrito viscoso e válvula é de 4,18m, ou seja $\varepsilon_s = 4,18/303 = 0,014 = 1,4\%$ (perda hidráulica do sistema duto-válvula).

2) Operação como Bomba

A operação como bomba segue no sentido do rio para o reservatório; a equação de energia assume a forma

$$h_s = (z_2 - z_1) + \left[f \frac{L}{D} + K_t \right] \frac{Q^2}{2gA^2}$$

ou, para $A= 11,3416\text{m}^2$, a equação do sistema para a altura requerida de recalque

$$\begin{aligned}h_s &= (310 - 7) + \left[0,0116 \frac{1258}{3,8} + 0,7\right] \frac{Q^2}{2 \times 9,8 \times 11,3416^2} \\ &= 303 + 0,0018 Q^2\end{aligned}$$

mas a curva característica da bomba é

$$h_s = 418 - 0,078 Q^2$$

igualando as equações

$$418 - 0,078 Q^2 = 303 + 0,0018 Q^2 \quad \therefore \quad Q = 37,96 \text{ m}^3/\text{s}$$

com isso, a potência requerida para o sistema de bombeio ($h_b= 305,59\text{m}$)

$$N_b = \frac{1}{\eta_G \eta_T} \rho g h_b Q = \frac{1}{0,87 \times 0,965} 998,2 \times 9,8 \times 305,59 \times 37,96 = 135,2 \text{ Mw}$$

Obs. O número de Reynolds para esta operação é $Re=1,27 \times 10^7$, sendo praticamente igual à condição anterior, $f= 0,0116$.

Exercício 6.11 Uma empresa deseja saber os valores esperados para o fator de atrito e rugosidade absoluta (ou relativa) de um duto a ser utilizado numa de suas instalações. Um segmento do duto foi cortado e entregue a um laboratório para determinação desses dois parâmetros. O duto é um NPS-6 (6" nominal) com diâmetro interno de 0,1541m, tendo o segmento de teste 75m de extensão. No laboratório foi instalado o duto-teste numa posição quase horizontal, mostrado na figura. Sensores de alta precisão medem o diferencial de pressão entre as seções 1 e 2 (indicadas aqui nas duas seções), assim como um medidor de vazão de alta precisão (não indicado na figura). A cota com referência ao piso horizontal da seção-1 é de 0,80m, enquanto na seção-2 é de 0,72m. O sensor de diferencial de pressão mede as pressões exatamente na entrada e na saída do segmento de teste conforme indicado. Não há perda localizada nesses dois extremos. Para determinar os parâmetros o laboratório montou um esquema de 9 rodadas com vazões variadas conforme indicado na tabela a seguir. Para cada vazão o diferencial de pressão $\delta p_{12} = (p_1 - p_2)$ foi medido simultaneamente com a vazão correspondente. Valores medidos, tanto para as vazões quanto para as pressões, têm um pequeno grau de incerteza devido à natureza experimental do processo de medição. Sabe-se, contudo, que essas são relativamente pequenas devido aos cuidados tomados nos testes. Portanto, algum “espalhamento” nos resultados é esperado quando comparado com valores obtidos de equações clássicas da literatura. Você não deve se preocupar com essa questão na sua solução, somente ter ciência de que ela existe. A tabela mostra os resultados das quedas de pressão $(p_1 - p_2)$ para as 9 vazões escolhidas. Note que as vazões estão especificadas em m^3 por hora e os diferenciais de pressão em Pascal. O fluido utilizado para o teste é água pura à 20°C. Obs. Sugerido utilizar programa de computador para solução.

Para cada rodada pede-se:

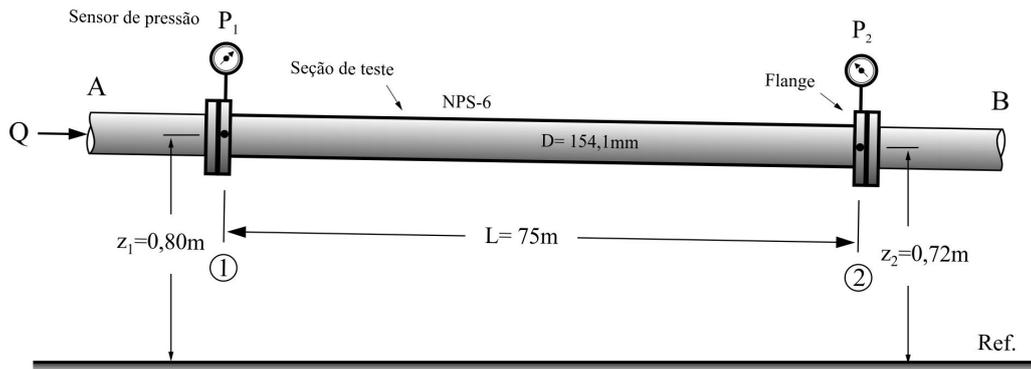
- 1) Determinar o fator de atrito (de Darcy-Weisbach);
- 2) Determinar a rugosidade relativa ϵ/D , e a rugosidade absoluta ϵ em milímetros;
- 3) Determinar a altura da sub-camada laminar δ em milímetros;
- 4) Comparar (2) com (3) e comentar a condição de rugosidade hidráulica no escoamento.

Observar que o limite para transição hidraulicamente liso para rugoso é dado a partir do pico da rugosidade absoluta ϵ_{max} . Para este estudo, considerar $\epsilon_{max} = 2\epsilon$ [ver (3.2.22)];

5) Ao concluir o cálculo da rugosidade relativa das 9 rodadas, estimar o valor mais esperado para a rugosidade relativa com base na média dos valores calculados para os escoamento tipicamente “rugoso” (não liso hidraulicamente);

6) Utilizar as equações indicadas no texto para Colebrook-White (3.2.30), Haaland (3.2.31), Blasius (3.2.27) e Colebrook (3.2.28) e determinar, para cada um desses 4 modelos, os fatores de atrito para as 9 rodadas utilizando a rugosidade relativa média (fixa) obtida em (5), e comparar com os obtidos em (1). Comentar;

7) Com os valores obtidos para os fatores de atrito e rugosidade absoluta (média), calcular o diferencial de pressão δp_{12} para cada um dos 4 modelos, para as 9 rodadas, e comparar com os valores indicados na tabela.



Rodada	Q (m ³ /h)	$\delta p_{12} = (p_1 - p_2)$ (Pa)
1	16,7	-438,8
2	33	401,8
3	67	3611
4	100	8551,3
5	135	15729,6
6	170	24892,5
7	250	53264
8	335	94711
9	400	134255,7

Solução: 1) Da equação de energia entre 1 e 2

$$(p_1 - p_2) + \rho g(z_1 - z_2) = f \frac{L}{D} \frac{\rho}{2A^2} Q^2 = \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho f L}{D^5} Q^2 \quad (1)$$

$$\therefore f = \frac{\pi^2 D^5}{8 \rho L} \frac{1}{Q^2} [(p_1 - p_2) + \rho g(z_1 - z_2)] \quad (2)$$

que, para o conjunto de dados de Q e $\delta p = p_1 - p_2$ estabelece valores para f na coluna 4 da tabela.

2) Com os valores para o número de Reynolds e o fator de atrito, da equação de Haaland (3.2.31) obtém-se a rugosidade relativa ϵ/D e, com o diâmetro, o valor da rugosidade absoluta, mostrados nas colunas 5 e 6, respectivamente. O valor do pico da rugosidade absoluta $\epsilon_{\max} (= 2\epsilon)$ está apresentado na coluna 7. Note-se que o mesmo resultado pode ser obtido da equação de Colebrook-White (3.2.30). As duas equações produzem praticamente os mesmo valores.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,7368 - 0,7818 \ln \left[\left(2 \frac{\varepsilon}{D} \right)^{1,11} + \frac{63,635}{Re} \right]$$

3) A espessura da sub-camada laminar é obtida da Eq. (3.2.18), com resultados indicados na coluna 8.

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{8}{f} \frac{D}{Re}}$$

Coluna	1	2	3	4	5	6	7	8
Rodada	Q (m ³ /h)	(p ₁ -p ₂) (Pa)	Rey (-)	f (-)	ε/D (-)	ε (mm)	ε _{max} (mm)	δ (mm)
1	16,7	-438,8	38328	0,0229	335	515	0,103	0,3759
2	33	401,8	75739	0,02	329	507	0,1014	0,2025
3	67	3611	153773	0,0182	318	490	0,098	0,1052
4	100	8551,3	229512	0,0173	312	481	0,0962	0,0721
5	135	15729,6	309841	0,0168	309	476	0,0952	0,0542
6	170	24892,5	390170	0,0165	307	473	0,0946	0,0435
7	250	53264	573779	0,016	304	468	0,0936	0,03
8	335	94711	768864	0,0158	302	466	0,0932	0,0226
9	400	134255,7	918047	0,0157	301	464	0,0928	0,019

4) A comparação das colunas 7 e 8 sugere que a partir da 3a. rodada os picos da rugosidade absoluta ε_{max} estão acima da sub-camada lamina (a rodada 3 indica os picos praticamente com o mesmo valor de δ, o que sugere estrutura turbulenta). Portanto, o duto pode ser considerado hidraulicamente liso para as duas primeiras condições, Reynolds igual 38.328 e 75.739. Portanto, deve-se esperar que as equações de Blasius e Nikuradze sejam aceitáveis para os cálculos das duas primeiras rodadas, e as outras para Colebrook-White e Haarland.

5) De acordo com esses resultados, (4), a média para a rugosidade relativa (rodadas 3 a 9) é ε_{med}= 0,000308.

6) Utilizando o valor médio para ε (= 0,000308) obtém-se o resultado indicado na tabela abaixo para os 4 modelos para o coeficiente de atrito. Note-se que tanto Colebrook-White quanto Haarland concordam bem com os valores da tabela anterior para a condição rugosa (rodadas 3 -9). Para os valores mais baixos de Reynolds (Rodadas 1 e 2) o fator de atrito mais provável pode ser calculado por Blasius ou Nikuradze, enquanto este não forem razoáveis para as vazões mais altas, a partir de Q= 67 m³/h (Reynolds elevados). Note-se da diagrama de Moody que estamos tratando de escoamento dentro da faixa de dependência de Reynolds. Não estamos na região totalmente rugosa, para a qual a expressão de Nikuradze é válida (Blasius é para dutos lisos e Re < 10⁵).

Rodada	Q (m ³ /h)	Coeficiente de atrito (f)			
		Colebrook- White	Haarland	Blasius	Nikuradze
1	16,7	0,023	0,0228	0,0226	0,0221
2	33	0,0203	0,0201	0,0191	0,019
3	67	0,0183	0,0181	0,016	0,0164
4	100	0,0174	0,0173	0,0145	0,0151
5	135	0,0169	0,0168	0,0134	0,0143
6	170	0,0166	0,0165	0,0127	0,0137
7	250	0,0161	0,0161	0,0115	0,0128
8	335	0,0159	0,0158	0,0107	0,0121
9	400	0,0157	0,0157	0,0102	0,0118

7) Diferenciais de pressão para cada modelo (Tabela, na coluna 1). De novo, a partir da rodada 3 (escoamento hidraulicamente rugoso) os resultados de Colebrook-White e Haarland concordam bem com os valores medidos (Tabela). Note-se, contudo, que Blasius e Nikuradze (escoamento hidraulicamente liso) não concordam bem com a Tabela abaixo. Há aqui uma inconsistência nos dados “medidos”. De fato todos os valores indicados para δp na Tabela original (9 rodadas) foram gerados a partir de uma média para o fator de atrito para os 4 modelos, prejudicando claramente os dados para “duto liso”. Num caso de dados reais esta inconsistência não deverá existir (a menos de erros nas medições). De novo, os resultados sugerem que a queda de pressão não deve ser calculada por Blasius para a região turbulenta, enquanto nesta os resultados indicam que não entramos na região totalmente turbulenta (independente de Reynolds), onde a formula de Nikuradze se aplica, cf. §3.2.6.

Rodada	Q (m ³ /h)	Diferencial de pressão (Pa)				
		Tabela	Colebrook- White	Haarland	Blasius	Nikuradze
1	16,7	-438,8	-437,9	-439,9	-441,8	-450,8
2	33	401,8	410,3	396,8	336,6	330,2
3	67	3611	3644,2	3597,5	3082,2	2177,5
4	100	8551,3	8618,8	8535	7006,7	7372,8
5	135	15729,5	15841,8	15720,1	12387,3	13258,6
6	170	24892,5	25057,1	24902	18931,8	20553,3
7	250	53264	53573	53367,9	37933,7	42667
8	335	94711	95208,3	94998	63831,5	72668
9	400	134255,7	134919,9	134742	87343,4	100808,5